

# Predmatematičke vještine kod petogodišnjaka

---

Ivanko, Magdalena

Master's thesis / Diplomski rad

2022

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zagreb, Faculty of Education and Rehabilitation Sciences / Sveučilište u Zagrebu, Edukacijsko-rehabilitacijski fakultet**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:158:516272>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-17**



Repository / Repozitorij:

[Faculty of Education and Rehabilitation Sciences - Digital Repository](#)



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
EDUKACIJSKO – REHABILITACIJSKI FAKULTET

DIPLOMSKI RAD

Predmatematičke vještine kod petogodišnjaka: uspoređivanje rezultata  
simboličke i nesimboličke obrade količina

Magdalena Ivanko

Zagreb, rujan 2022.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU  
EDUKACIJSKO – REHABILITACIJSKI FAKULTET

Diplomski rad

Predmatematičke vještine kod petogodišnjaka: uspoređivanje rezultata  
simboličke i nesimboličke obrade količina

Magdalena Ivanko

prof. dr. sc. Mirjana Lenček

Zagreb, rujan 2022.

### **Izjava u autorstvu rada**

Potvrđujem da sam osobno napisala rad „**Predmatematičke vještine kod petogodišnjaka: uspoređivanje rezultata simboličke i nesimboličke obrade količina**“ i da sam njegova autorica.

Svi dijelovi rada, nalazi ili ideje koje su u radu citirane ili se temelje na drugim izvorima jasno su označeni kao takvi te su adekvatno navedeni u popisu literature.

Magdalena Ivanko

Zagreb, rujan 2022.

Predmatematičke vještine kod petogodišnjaka: uspoređivanja rezultata simboličke i nesimboličke obrade količina

Magdalena Ivanko

Prof. dr. sc. Mirjana Lenček

Odsjek za Logopediju

## SAŽETAK

Nesimboličke i simboličke matematičke vještine važan su čimbenik koji utječe na kasniji matematički uspjeh. Stručnjaci navode kako je važno što ranije uočiti teškoće da bi se pravovremeno počelo s podrškom te umanjio rizik za kasniji neuspjeh u matematici. Cilj ovog rada jest ispitati i opisati nesimboličku i simboličku procjenu količine kod petogodišnjaka. U istraživanju je sudjelovalo 33 petogodišnjaka urednog razvoja koji redovito pohađaju vrtić. Za potrebe ovog istraživanja, izrađeni su zadaci usporedbe količina predstavljene nesimbolički i simbolički. Uspoređeni su ukupni rezultati na zadacima nesimboličke i simboličke procjene te su uspoređeni rezultati obrade manjih i većih količina. Ispitana je i povezanost između uspjeha na zadacima nesimboličke procjene s uspjehom na zadacima simboličke. Rezultati pokazuju da petogodišnjaci uspješnije rješavaju zadatke nesimboličke procjene količine i da su bolji u obradi manjih količina. Statistički značajna povezanost između uspjeha na zadacima nesimboličke i simboličke procjene nije pronađena. Također su izdvojeni sudionici čiji rezultati odstupaju od prosječnih rezultata grupe, a njihov uspjeh dodatno je opisan i uspoređen s uspjehom ostalih. Iako je uzorak ispitanika malen, dobiveni su rezultati koji su u skladu s postojećim istraživanjima u ovom području. Nadalje, ovi rezultati dali su uvid u nesimboličke i simboličke vještine petogodišnjaka te mogu poslužiti za daljnja istraživanja ovog područja.

**Ključne riječi:** nesimbolički, simbolički, petogodišnjaci, usporedba količine

Premathematical skills in five-year-olds: comparing results of symbolic and nonsymbolic processing of quantities

Magdalena Ivanko

Prof. dr. sc. Mirjana Lenček

## SUMMARY

Nonsymbolic and symbolic mathematical skills are an important factor which influences later mathematic achievement. Experts state that it is important to spot difficulties as early as possible which would allow us to begin with well-timed support and reducing risk of later failure in math. The aim of this study was to examine and describe nonsymbolic and symbolic processing of quantities in five-year-olds. Thirty-three five-year-olds who attend primary school participated in this study. To examine these skills, the author developed experimental tasks which were directed at comparing nonsymbolic and symbolic quantities. Total results of nonsymbolic and symbolic comparison and results of processing smaller and larger quantities were compared. Correlation of success on nonsymbolic and symbolic processing was also

examined. Results show that five-year-olds are more successful in comparing nonsymbolic than symbolic quantities. Moreover, they are more successful in comparing smaller than larger quantities. No statistically significant correlation was found between success on nonsymbolic and symbolic comparison. Results of a few participants were singled out because they were lower than the average results of the group and they were described and compared additionally with the rest of the results. Even though the size of the sample was small, results confirmed already existing results from similar research. Finally, these results gave insight into nonsymbolic and symbolic skills in five-year-olds and can contribute to further research.

**Key words:** nonsymbolic, symbolic, five-year-olds, comparing quantities

## Sadržaj

1. Uvod.....	1
1.1. Nesimboličke matematičke vještine .....	1
1.2. Simboličke matematičke vještine .....	2
1.3. Povezanost nesimboličkih i simboličkih matematičkih vještina .....	3
1.4. Utjecaj nesimboličkih i simboličkih vještina na kasniji matematički uspjeh .....	6
1.5. Nesimboličke i simboličke vještine kod djece s diskalkulijom .....	9
2. Cilj istraživanja .....	12
3. Metode istraživanja .....	13
3.1. Uzorak .....	13
3.2. Ispitni materijal .....	13
3.3. Varijable istraživanja .....	17
4. Rezultati istraživanja .....	18
4.1. Nesimbolička naspram simboličke obrade .....	21
4.2. Obrada manjih i većih količina .....	35
4.3. Povezanost rezultata nesimboličke i simboličke obrade .....	37
4.4. Ograničenja istraživanja .....	38
5. Zaključak.....	39
6. Literatura.....	41
7. Prilozi.....	44

## 1. Uvod

### 1.1. Nesimboličke matematičke vještine

Nesimbolički sustav reprezentacije brojeva, koji se još naziva i „*approximate number system*“ (dalje u tekstu: ANS), zajednički je ljudima i životinjama (Dehaene, 2001; Feigenson, Dehaene, Spelke, 2004), a brojevnne veličine u ovom su sustavu predstavljene nesimbolički, i tim veličinama može se manipulirati (Feigenson i sur., 2004). ANS počiva na takozvanom „intuitivnom osjećaju za broj“ („*the number sense*“), za koji Dehaene (2001) smatra kako je on biološki determinirana kategorija znanja. Prema tome, jedno od glavnih obilježja ovog sustava bila bi njegova urođenost (Wynn, 1992). Nadalje, ovaj sustav predstavlja količine na približan način (Feigenson i sur., 2004), te su one poredane na mentalnoj brojevnoj liniji. Granice između njih su nejasne (Dehaene, 2001; Halberda i Feigenson, 2008).

Nesimboličke matematičke vještine najčešće se ispituju zadacima uspoređivanja količina (De Smedt, Noël, Gilmore, Ansari, 2013). Kada se koriste ovakvi zadaci, u njima su predstavljena dva predloška s određenim oblicima, primjerice, kružićima, štapićima ili kvadratićima, a ispitanici moraju odrediti na kojem se od dva predloška nalazi veći broj prethodno spomenutih oblika, bez prebrojavanja istih. Ono što otežava rješavanje ovakvih zadataka jest smanjivanje brojevnne razlike između dviju količina (Halberda i Feigenson, 2008).

Dehaene (2001) opisuje ove otežane uvjete rješavanja te govori o efektu udaljenosti i efektu veličine. Efekt udaljenosti funkcionira na sljedeći način – točnost u brojevnoj diskriminaciji sustavno se smanjuje kako se sustavno smanjuje i razlika između brojeva – jednostavnije je razlikovati 8 i 16 nego 8 i 9. S druge strane, efekt veličine kaže da, iako je razlika između dva broja jednaka, teže ju razlikujemo kad je ona prikazana između dvije velike količine nego male količine – na primjer, teže je razlikovati 90 i 100 nego 10 i 20 (Dehaene, 2011).

Granica između dvije uspoređivane količine može se opisati Weberovom frakcijom ( $w$ ), pojmom koji označava najmanju brojevnnu promjenu u podražaju, a koja može pouzdano biti zamijećena (Halberda i Feigenson, 2008). Weberova frakcija, ili Weberov zakon, nalaže da onoliko koliko je podražaj povećan, toliko mora biti povećana i numerička udaljenost između podražaja, ako želimo postići određenu razinu uspješnog razlikovanja podražaja (Dehaene, 2011). Weberova frakcija jednaka je razlici između dva broja koja se uspoređuju, a ta razlika



zatim je podijeljena manjim brojem (Halberda i Feigenson, 2008), pa prema toj formuli, na primjer, Weberova frakcija za omjer 2:3 iznosi  $(3 - 2)/2 = 0,5$ .

Već šestomjesečna djeca u mogućnosti su razlikovati veće količine prikazane u omjeru 1:2 (Xu, 2003; Xu, Spelke, Goddard, 2005). Preciznost ANS-a povećava se s dobi (Halberda i Feigenson, 2008; Halberda i sur., 2008), tj. nesimboličke vještine razvijaju se kontinuirano, pa je tako dojenčad starosti devet mjeseci sposobna razlikovati količine predstavljene u omjeru 2:3 (Lipton i Spelke, 2003; Wood i Spelke, 2005), šestogodišnja djeca uspješno razlikuju količine predstavljene omjerom 5:6 (Kolkman i sur., 2013), a odrasle osobe sposobne su razlikovati količine u omjeru 9:10 (Pica, Lemer, Izard, Dehaene, 2004; Kolkman i sur., 2013).

## 1.2. Simboličke matematičke vještine

Dehaene i Cohen (1995) definiraju simboličke matematičke vještine kao vještine prezentiranja brojeva verbalno (niz riječi) ili vizualno (niz arapskih brojki), bez razumijevanja ili obrađivanja ikakvih semantičkih informacija o značenju riječi ili brojke. Prema njima, postoje tri kategorije mentalnih reprezentacija koje služe za obradu brojeva: 1. vizualni arapski oblik broja (niz brojki na internaliziranoj vizuo-prostornoj crtanki), 2. verbalni oblik (brojevi su poredani kao sintaktički organizirane sekvence riječi), te 3. analogne reprezentacije veličina (značenja brojevnih veličina). Ovaj model naziva se još i model trostrukog koda. Dakle, prema ovom modelu nesimbolički i simbolički sustav reprezentacija odvojen je jedan od drugog, a komunikacija između njih omogućena je takozvanim transkodirajućim procesima. Transkodirajući procesi prevode jedan kod u drugi (Dehaene i Cohen, 1995; Dehaene, 2001), primjerice, vizualni arapski oblik broja osam prevodi se u verbalni oblik kao riječ osam pri imenovanju.

Prema tome, simboličke vještine obuhvaćaju sposobnost recitiranja brojevnih sekvenci ili identificiranja brojevnog simbola bez povezivanja s odgovarajućom količinom (Kolkman i sur., 2013), a transkodirajući procesi koje spominju Dehaene i Cohen (1995) zapravo su vještine mapiranja, vještine radi kojih djeca mogu brojevi simbol povezati s njegovom odgovarajućom količinom (Kolkman i sur., 2013). Simbolički sustav, kad se počne razvijati, ne zamjenjuje već postojeći nesimbolički sustav, već se oslanja i mapira na njega. Točnije, djeca počinju količine predstavljene u nesimboličkom sustavu povezivati s njihovim verbalnim

oblikom (naziv broja) te vizualnim arapskim oblikom (brojka). Mundy i Gilmore (2009) ispitali su vještine mapiranja kod djece u dobi od 6 do 8 godina, a njihovi rezultati pokazali su kako djeca uspješno mapiraju simboličke reprezentacije na nesimboličke, i obrnuto, te da se uspješnost rješavanja takvih zadataka povećava s dobi.

Simboličke vještine nisu urođene, nego se javljaju kod većine djece oko četvrte ili pete godine života (Gilmore i sur., 2007; Kolkman i sur., 2013; Li, Zhang, Chen, Deng, Zhu, Yan, 2018), a njihov razvoj počinje i prije formalne poduke (Gilmore i sur., 2007; vanMarle, Chu, Li, Geary, 2014). Ipak, do najvećeg napretka u razvoju simboličkih vještina dolazi upravo početkom formalnog obrazovanja djece (Xenidou-Dervou, Gilmore, van der Shoot, van Lieshout, 2015). Pomoću ovih vještina, u mogućnosti smo brojevne veličine iskazati na točan i precizan način (Mundy i Gilmore, 2009). Simbolički sustav reprezentacija određen je kulturološki (Kolkman i sur., 2013) i jezično (Pica i sur., 2004), i uvelike ovisi obilježjima istih (Xenidou-Dervou i sur., 2015).

Razvoj ovih vještina također se najčešće ispituje zadacima uspoređivanja količina predstavljenih simbolički (De Smedt i sur., 2013). Zadaci uspoređivanja količina predstavljenih simbolički sastavljeni su na sličan način kao i kod ispitivanja nesimboličkih vještina, ali umjesto kružića, štapića ili kvadratića, količine su iskazane brojkom koja točno određuje količinu. Kod ovakvih zadataka djeluju isti principi pa se javljaju i efekt udaljenosti i efekt veličine između dva broja (Dehaene, 2011).

### 1.3. Povezanost nesimboličkih i simboličkih matematičkih vještina

Iz različitih istraživanja vidljivo je kako su nesimboličke i simboličke matematičke vještine odvojene u početku, ponajprije zbog činjenice da se simboličke vještine javljaju puno kasnije u djetetovom razvoju. Isto tako, simboličke vještine usvajaju se pod utjecajem jezika i kulture, kao što je već navedeno, dok su nesimboličke vještine urođene te ne ovise o kulturi i jeziku. Ipak, većina autora se slaže kako je njihov razvoj međusobno povezan. Nesimboličke i simboličke vještine utječu recipročno jedna na drugu, točnije, bez jedne i druge nije moguće uspješno svladavati matematičke zadatke (Toll, Van Viersen, Kroesbergen, Van Luit, 2015).

Toll i sur. (2015) proveli su longitudinalno istraživanje među djecom vrtićke dobi, od njihove četvrte do šeste godine života. Rezultati zadataka usporedbe količina predstavljene

simbolički i nesimbolički pokazala su kako će djeca s lošijim nesimboličkim vještinama vjerojatno biti lošija i na zadacima koji ispituju simboličke vještine.

Li i sur. (2018) ispitali su u svojem istraživanju razvojni smjer nesimboličkih i simboličkih vještina reprezentacije. Osim uspoređivanja količina, kod djece su ispitali i brojanje naglas, imenovanje brojeva, tj. čitanje brojeva ispisanih na papiru te vještine mapiranja, nesimboličkog u simboličko i obrnuto. Rezultati istraživanja pokazali su da su četverogodišnjaci uspješno rješavali nesimboličke zadatke uspoređivanja, ali ne i simboličke. S druge strane petogodišnjaci su svladavali nesimboličke i simboličke zadatke, ali bolje rezultate postizali su na zadacima koji ispituju nesimboličke vještine. Ova razlika više nije bila zamjetljiva u dobi od šest godina, odnosno, šestogodišnjaci su jednako uspješno rješavali nesimboličke i simboličke zadatke. Njihova pretpostavka jest da se u svojem razvoju simboličke vještine oslanjaju na već postojeće nesimboličke, i tako se usavršavaju, zbog čega razlika između uspjeha na dva tipa zadataka nestaje u dobi od šest godina. Analizom rezultata su potvrdili značajan utjecaj nesimboličkih na simboličke vještine.

Nadalje, Gilmore i sur. (2007) u svojem su istraživanju otkrili kako su petogodišnja i šestogodišnja djeca, koja nisu imala formalnu poduku iz matematike, uspješno rješavala zadatke simboličkog približnog zbrajanja i oduzimanja. Pretpostavili su kako se djeca u rješavanju ovakvih zadataka oslanjaju upravo na nesimboličke vještine, točnije, ANS, zato što su njihovi odgovori i dalje bili pod utjecajem omjera, rezultati zbrajanja bili su podjednako točni kao i rezultati uspoređivanja, a rezultati na zadacima oduzimanja bili su manje točni nego rezultati uspoređivanja.

Kolkman i sur. (2013) ispitali su nesimboličke i simboličke matematičke vještine te vještine mapiranja djece dobi od 4 godine pa nadalje kroz nekoliko zadataka. Nesimboličke vještine ispitali su smještanjem količine iskazane u točkicama na brojevnju liniju te nesimboličkom usporedbom količina. Simboličke vještine ispitali su imenovanjem brojeva koji su bili prikazani na ekranu te brojanjem sekvenci (unaprijed, unatrag te na „preskokce“), dok su vještine mapiranja ispitali smještanjem brojeva na brojevnju liniju i simboličkom usporedbom. Njihovi rezultati pokazali su kako se u dobi od 4 i 5 godina razlikuju tri numerička faktora: nesimbolički, simbolički te mapiranje, dok se već u dobi od šest godina te vještine integriraju međusobno i postaju jedan jedinstveni sustav za brojevnju obradu.

Do sličnih rezultata došli su Xenidou-Dervou i sur. (2015) uspoređujući razvojne putanje nesimboličkih te simboličkih vještina, ponajprije kod vrtičke djece dobi pet godina, a potom kod iste te djece godinu dana kasnije, u prvom razredu osnovne škole. Njihovi zadaci bili su usmjereni na nesimboličko i simboličko približno zbrajanje, točno zbrajanje, vještine brojanja te imenovanje dvoznamenkastih brojeva. Nesimboličke vještine razvijale su se postojano tijekom vremena, dok je napredak u simboličkim vještinama obilježen naglim skokom početkom formalnog obrazovanja.

Ipak, Kolkman i sur. (2013) u svojem su istraživanju ispitali i međusobni utjecaj nesimboličkih i simboličkih vještina te vještina mapiranja. Njihovi rezultati pokazali su drukčiju putanju – simboličke vještine utjecale su na nesimboličke te na vještine mapiranja, stoga je njihova pretpostavka kako simboličke vještine zapravo „usklađuju“ nesimboličke, tj. intuitivni osjećaj za broj. Primjerice, autori smatraju kako je moguće da upravo radi simboličkih vještina, poput recitiranja brojevnih sekvenci, djeca lakše vežu simbole na količine i stvaraju vezu između brojke i količine koju ta brojka simbolizira.

Nesimboličke matematičke vještine najčešće se ispituju zadatkom usporedbe količina predstavljenih nesimbolički (De Smedt i sur., 2013), ali isto tako koriste se i zadaci smještanja količina na brojevnju liniju (npr. Kolkman i sur., 2013) te zadaci približnog zbrajanja (npr. Gilmore i sur., 2007). Kod zadataka smještanja količina na liniju, ponuđen je raspon iskazan u nekom obliku (točkice, kvadratići i sl.) pa se na početku linije nalazi, primjerice, jedna točkica, a na kraju sto točkica. Zadatak jest otprilike procijeniti gdje bi se nalazila zadana količina, na primjer, 52 točkice. S druge strane, kod približnog zbrajanja i/ili oduzimanja, zadatak je sličan usporedbi količina prikazanih nesimbolički. Započinje se s jednom količinom prikazanom u nekom obliku, recimo, plavim kružićima. Ta količina prekriva se sivim kvadratom, a zatim se pojavljuje nova količina isto prikazana plavim kružićima koja se nakon toga također prekriva sivim kvadratom. Naposljetku se prikazuje nova količina prikazana crvenim kružićima, a zadatak jest odrediti kojih je kružića više.

Simboličke matematičke vještine ispituju se i zadatkom usporedbe količina predstavljenih simbolički (De Smedt i sur., 2013), ali moguće ih je ispitati i zadacima približnog zbrajanja i oduzimanja (npr. Gilmore i sur., 2007) ili točnog zbrajanja (npr. Xenidou-Dervou i sur., 2015), zadacima imenovanja brojeva (npr. Xenidou-Dervou i sur., 2015; Li i sur., 2018) te zadacima smještanja brojeva na brojevnju liniju (npr. Fazio, Bailey, Thompson, Siegler, 2014).

#### 1.4. Utjecaj nesimboličkih i simboličkih vještina na kasniji matematički uspjeh

Oko utjecaja nesimboličkih vještina na kasniji matematički uspjeh, mišljenja su podijeljena – neki autori smatraju kako nesimboličke vještine mogu biti snažan prediktor matematičkog uspjeha, dok neki smatraju kako one imaju vrlo malo ili nimalo utjecaja. Problem vrlo često predstavljaju različiti kriteriji uzorka (primjerice, dob), različite mjere (primjerice, vrijeme potrebno za odgovor, radno pamćenje) ili obilježja ispitivačkog materijala (na primjer, izgled predložaka). S druge strane, za simboličke vještine većina istraživanja pokazuje snažnu korelaciju upravo zbog toga što radi simboličkih vještina baratamo simbolima, osnovom za sve složenije i sofisticiranije oblike matematike.

Matematički uspjeh u istraživanjima definiran je ovisno o dobi ispitanika – što su djeca mlađa, manje je vještina i znanja koja se mogu ispitati. Najčešće se matematički uspjeh ispituje zadacima poznavanja arapskih brojki i imena brojeva ili zadacima zbrajanja i oduzimanja, dok se kod starijih ispitanika provode i zadaci koji uključuju tablicu množenja. Neki istraživači ispituju i matematičko zaključivanje te poznavanje činjenica, primjerice, koliko je desetica u 100. Ovi zadaci provode se u sklopu standardiziranih testova ili školskih testova koje sastavljaju nastavnici.

Halberda, Mazzoco i Feigenson (2008) ispitali su povezanost preciznosti ANS-a s kasnijim matematičkim uspjehom kod 14-ogodišnjaka koje su pratili od vrtićke dobi. Preciznost ANS-a izmjerena je rezultatom Weberove frakcije, matematički uspjeh procijenjen je testovima *The Test of Early Mathematics Ability – Second Edition* (TEMA – 2) i *WJ-Rcalc*. Matematički uspjeh ove djece, prema njihovim rezultatima, značajno je korelirao s nesimboličkim vještinama kroz sve vremenske točke.

Štoviše, Gilmore i sur. (2010) ispitali su među populacijom šestogodišnjaka povezanost njihovih nesimboličkih vještina, pomoću zadataka nesimboličkog približnog zbrajanja, s matematičkim uspjehom vrlo rano početkom školovanja. Matematički uspjeh procijenjen je testom sa zadacima poput poznavanja arapskih brojki, geometrijskih likova, zadacima koji ispituju vještinu brojanja i sl. Njihovi rezultati pokazali su statistički značajnu korelaciju između nesimboličkih vještina i matematičkog uspjeha. Daljnjom analizom svojih rezultata, Gilmore i sur. (2010) otkrili su kako je utjecaj nesimboličkog približnog zbrajanja na kasniji matematički uspjeh bio ponajviše potaknut sposobnošću povezivanja i baratanja brojevnim

riječima i simbolima. Prema njima, sve druge nesimboličke sposobnosti, poput imenovanja geometrijskih likova, nemaju tolikog utjecaja.

Libertus, Feigenson i Halberda (2011) u svojem su istraživanju ispitali postoji li korelacija između nesimboličkih vještina i matematičkih sposobnosti kod vrtičke djece dobi 3 do 5 godina. Matematičke sposobnosti ispitane su podtestom *Form A* testa *The Test of Early Mathematics Ability – Third Edition* (TEMA – 3) koji ispituje vještine brojanja, uspoređivanje brojeva, brojevu pismenost, poznavanje brojevnih činjenica, vještine računanja te poznavanje brojevnih koncepata. Njihovi rezultati potvrdili su kako korelacija postoji, i to kod tri različite mjere preciznosti ANS-a: točnosti, Weberove frakcije te vremena potrebnog za odgovor. Ipak, autori naglašavaju kako njihovo istraživanje nije pružilo pitanje na odgovor predviđaju li nesimboličke vještine kasnije matematičke sposobnosti, kakav utjecaj imaju na simboličke vještine te koji je zapravo korijen povezanosti ANS-a i matematičkih sposobnosti.

Što se tiče istraživanja koja su ispitivala utjecaj obje vještine, Toll i sur. (2013) longitudinalno su pratili četverogodišnjake do kraja prvog razreda i promatrali utjecaj nesimboličkih i simboličkih vještina na vještine mapiranja i osnovne matematičke vještine (fluentnost te rasuđivanje). Prema njihovim rezultatima, simboličke vještine važniji su i bolji prediktor kasnijih vještina, ali ističu kako su nesimboličke vještine i uspjeh na zadacima usporedbe količina bili dobri prediktori na zadacima koji ispituju osnovne matematičke činjenice.

Štoviše, vanMarle i sur. (2014) proveli su longitudinalno istraživanje među vrtičkom djecom u dobi od 3. godine, sve do njihove 5. godine. Autori su ispitali njihovu izvedbu na zadacima za nesimboličke i simboličke vještine te matematički uspjeh. Matematički uspjeh procijenjen je TEMA – 3 testom. Njihovi rezultati potvrdili su kako postoji utjecaj nesimboličkih vještina na matematički uspjeh kod djece vrtičke dobi urednog razvoja, i to bez formalne poduke. Također, navode kako je moguće da bolje nesimboličke vještine olakšavaju usvajanje simboličkih vještina.

Fazio i sur. (2014) ispitali su u kojoj mjeri svaka vještina utječe na kasniji matematički uspjeh te su u svojem istraživanju postavili tri moguća izgleda uzročnih odnosa između nesimboličkih vještina, simboličkih vještina te kasnijeg matematičkog uspjeha, a to su sljedeći: A) nesimboličke vještine olakšavaju usvajanje simboličkih vještina, tj. olakšava usvajanje brojevnih riječi, a to posljedično pospješuje i matematički uspjeh (nesimboličke vještine imaju

samo indirektan utjecaj), B) nesimboličke vještine imaju direktan i indirektan utjecaj (putem simboličkih vještina) na matematički uspjeh, C) nesimboličke te simboličke vještine zasebno djeluju na opći matematički uspjeh, a veza između ovih vještina može i ne mora postojati. Njihovo istraživanje obuhvatilo je uzorak 10-ogodišnjaka koji su pohađali peti razred osnovne škole. Fazio i sur. (2014) pronašli su poveznicu nesimboličkih i simboličkih vještina s kasnijim matematičkim uspjehom, ali za razliku od simboličkih vještina koje su snažno korelirale s uspjehom, povezanost nesimboličkih vještina, unatoč tome što je bila značajna, imala je slabiju korelaciju. Također, njihovi rezultati podržali su kauzalni odnos C, točnije, da ove dvije vještine individualno utječu na matematički uspjeh. Međutim, nisu pronašli povezanost između simboličkih i nesimboličkih vještina međusobno, već navode kako se one oslanjaju na različite faktore.

Nešto drukčije rezultate predstavili su Xenidou-Dervou i sur. (2015) koji su ispitali razvojne putanje nesimboličkih i simboličkih vještina kod petogodišnjaka. Rezultati ovog istraživanja ukazuju na to da su simboličke vještine posrednik između nesimboličkih vještina te matematičkog uspjeha, tj. da nesimboličke vještine indirektno utječu na kasniji matematički uspjeh.

Isto tako, rezultati istraživanja Li i sur. (2018) kojim su obuhvatili populaciju djece od 4 do 8 godina starosti, podržali su gledište prema kojem nesimboličke vještine imaju indirektan učinak na matematički uspjeh, točnije, što su nesimboličke vještine bolje, djeca će lakše usvajati simboličke vještine te naposljetku imati i bolji uspjeh u matematici.

Finke, Freudenthaler i Landerl (2020) došli su do sličnih zaključaka, ali njihovo istraživanje obuhvaćalo je populaciju samo školske djece. Oni su potvrdili kako je simbolička obrada važnija i snažnije povezana s aritmetikom. Iako su rezultati pokazali da nesimboličke vještine imaju malen utjecaj, on je bio značajan – autori smatraju da nesimboličke vještine indirektno služe simboličkim vještinama kao stepenica te olakšavaju obradu jednoznamenkastih i dvoznamenkastih brojeva pa, posljedično, i usvajanje aritmetičkih vještina.

U obzir treba uzeti razlike u uzorcima koji su obuhvaćeni ovim istraživanjima (primjerice, različita dob), izabranim materijalima za ispitivanje te mjerama na koje su se usmjerili navedeni autori (vrijeme potrebno za odgovor ili rezultat Weberove frakcije). Nije zanemarivo

kako je kroz različita istraživanja potvrđeno da i nesimboličke i simboličke vještine imaju utjecaj na kasniji matematički uspjeh, čak i ako ne utječu u jednakoj mjeri.

### 1.5. Nesimboličke i simboličke vještine kod djece s diskalkulijom

Dijagnostički priručnik DSM-5 (ili punog naziva *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, Fifth Edition*) (The American Psychiatric Association, 2013) ubraja diskalkuliju pod specifične poremećaje učenja. Unutar ovog priručnika, diskalkulija je opisana kao poremećaj karakteriziran teškoćama obrade brojevnih informacija, usvajanja aritmetičkih činjenica te izvođenja točnih i tečnih izračuna. Prevalencija ovog poremećaja procjenjuje se između 3 i 6% u čitavoj populaciji (Shalev, Auerbach, Manor, Gross-Tsur, 2000), s time da se brojke razlikuju između država ovisno o kriterijima koji se uzimaju.

Što se tiče nesimboličke i simboličke obrade veličina, mišljenja su oprečna i podijeljena ovisno o tome što se smatra uzrokom problema kod djece s diskalkulijom. Dio autora smatra kako poteškoće nastaju radi deficita u nesimboličkom sustavu reprezentacije, tj. zalažu se za hipotezu deficita ANS-a (Wilson i Dehaene, 2007; prema Schwenk i sur., 2017). Autori drugih mišljenja smatraju kako ne postoje nedostaci u nesimboličkom sustavu, već je problem vidljiv tek kod simboličke obrade, o čemu govori hipoteza deficita u pristupu. Prema ovoj hipotezi djeca imaju poteškoće s pristupom brojevnim veličinama putem brojevnih simbola, ali ne i s obradom samih brojevnih veličina (Rousselle i Noël, 2007).

Hipoteza deficita ANS-a govori o nedostacima unutar ANS-a kod osoba s diskalkulijom, a dokazi za to su problemi s nesimboličkom obradom veličina ili problemi i s nesimboličkom i simboličkom obradom veličina (Schwenk i sur., 2017), pošto se simboličke vještine oslanjaju na nesimboličke.

Piazza i sur. (2010) usporedili su nesimboličke vještine školske djece s diskalkulijom i njihovih vršnjaka, ali i prikazali razvojnu liniju preciznosti ANS-a kod tri dobne skupine urednog razvoja: vrtićke, školske i odrasle dobi. Osim što je preciznost ANS-a djece s diskalkulijom značajno odstupala od uredne razvojne linije, rezultati ove djece školske dobi bili su usporedivi s rezultatima djece vrtićke dobi i urednog razvoja, tj. postizali su rezultate približno pet godina niže od svoje dobi.



Mazzocco, Feigenson i Halberda (2011) usporedili su rezultate djece s diskalkulijom te djece koja imaju niža, tipična i visoka postignuća u matematici na dva zadatka: zadatku usporedbe količina predstavljenih nesimbolički i zadatku procjene količine, gdje su djeca morala procijeniti broj prikazanih kružića bez prebrojavanja. Djeca s diskalkulijom postigla su značajno lošije rezultate naspram svih skupina, a njihova izvedba bila je obilježena nepreciznošću ANS-a te nepreciznošću vještina mapiranja između nesimboličke količine te simboličkog (verbalnog) oblika količine.

Nadalje, Mussolin, Mejias i Noël (2010) pronašli su veći utjecaj efekta udaljenosti u zadacima usporedbe količina predstavljenih i nesimbolički i simbolički. Iako u njihovom istraživanju djeca s diskalkulijom nisu odgovarala značajno lošije i sporije naspram djece urednog razvoja, njihovi odgovori bili su više netočni te im je trebalo više vremena za odgovor ako su razlike između dvije količine bile manje. Njihov zaključak jest da su kod osoba s diskalkulijom prisutne nejasnije i nepreciznije mentalne reprezentacije brojeva upravo zbog tzv. jezgrenog deficita u ANS-u.

Suprotno ovom mišljenju, hipoteza deficita u pristupu (Rouselle i Noël, 2007) kaže kako osobe s diskalkulijom zapravo imaju teškoće s pristupom ANS-u kada su veličine iskazane simbolički, ali ne nužno i teškoće s obradom veličina kad su iskazane nesimbolički. Rouselle i Noël (2007) proveli su istraživanje u kojem su usporedili postignuća djece s diskalkulijom i njihovih vršnjaka urednog razvoja na zadacima koji ispituju nesimboličke i simboličke vještine. Djeca s diskalkulijom bila su sporija i manje točna na zadacima usporedbe količina predstavljenih simbolički te su njihovi odgovori bili više pod utjecajem efekta veličine te udaljenosti. Ipak, na zadacima usporedbe količina predstavljenih nesimbolički jednako su dobro uspoređivali količine kao i djeca urednog razvoja, neovisno o perceptivnim uvjetima.

Podaci koje su prikupili De Smedt i Gilmore (2011) također podržavaju ovu teoriju. Njihovo istraživanje obuhvatilo je grupu šestogodišnjaka s diskalkulijom i grupu šestogodišnjaka s lošijim postignućima u matematici te su ispitali njihove nesimboličke i simboličke vještine usporedbe i približnog zbrajanja te prepoznavanje brojeva. Njihova postignuća usporedili s postignućima kontrolne grupe. Na zadacima koji ispituju nesimboličke vještine nije postojala značajna razlika u izvedbi, ali na zadacima koji ispituju simboličke vještine jest. Djeca s diskalkulijom bila su značajno lošija i na zadacima simboličke usporedbe i na zadacima simboličkog zbrajanja, dok je za djecu s lošijim postignućima u matematici postojala značajna razlika samo na zadacima simboličkog zbrajanja.

Schwenk i sur. (2017) proveli su meta – analizu istraživanja koja ispituju nesimboličke i simboličke vještine. Zanimalo ih je razlikuju li se djeca s diskalkulijom od svojih vršnjaka urednog razvoja na zadacima usporedbe količina predstavljene nesimbolički i simbolički u: a) vremenu potrebnom za odgovor, te b) efektu udaljenosti. Isto tako, ispitali su koliko su te razlike pod utjecajem: a) obilježja uzorka, te b) obilježja zadataka. Prema njima, efekt udaljenosti nije se pokazao dobrim dijagnostičkim pokazateljem za prepoznavanje djece s diskalkulijom. Prema njima, vrijeme potrebno za odgovor (*response time*) puno je bolji pokazatelj i bolje odjeljuje djecu bez i djecu s diskalkulijom na zadacima usporedbe količina predstavljenih simbolički. Njihova meta – analiza potvrdila je hipotezu deficita u pristupu, tj. više rezultata išlo je u korist toga da je simbolička obrada više narušena naspram nesimboličke. Štoviše, meta–analizom longitudinalnih studija pronašli su kako su simboličke vještine puno važnije u predviđanju buduće matematičke izvedbe, iako autori naglašavaju kako se ne smiju zanemariti kognitivni procesi u pozadini. Isto tako, nisu pronašli značajan utjecaj dobi – djeca s razvojnom diskalkulijom kontinuirano su iskazivala teškoće u procesiranju simboličkih veličina te, nešto manje, nesimboličkih veličina. Sama obilježja zadataka nisu utjecala na rješavanja zadataka kod djece s diskalkulijom.

## 2. Cilj istraživanja

Cilj rada jest ispitati i opisati nesimboličku i simboličku procjenu količine kod petogodišnjaka. Njihova procjena ispitat će se zadacima usporedbe količina koje će biti predstavljene nesimbolički te simbolički.

U ovom radu opisat će se razlike između uspjeha na zadacima koji ispituju nesimboličku i simboličku procjenu te će se ti rezultati međusobno usporediti. Cilj je istražiti postiču li petogodišnjaci bolje rezultate na zadacima nesimboličke procjene nego na zadacima simboličke procjene. Također, opisat će se i usporediti uspješnost rješavanja zadataka ovisno o zadanim količinama, točnije, uspješnost uspoređivanja manjih naspram uspješnosti uspoređivanja većih količina. Promatrat će se postoje li rezultati koji odstupaju od prosjeka grupe te će dodatno biti komentirani u odnosu na ostatak grupe. Isto tako, promatrat će se i opisati povezanost između uspjeha na zadacima nesimboličke procjene količine s uspjehom na zadacima simboličke procjene.

Svrha ovog istraživanja jest opisati nesimboličke i simboličke vještine petogodišnjaka upravo u vremenskom periodu kad se simboličke vještine počinju razvijati te opisati obilježja one djece koja imaju loše rezultate na nesimboličkim i simboličkim zadacima, a za koju se može pretpostaviti da su rizična za teškoće u matematici/diskalkuliju. Prepoznavanje rizika omogućava ranije poticanje razvoja matematičkih vještina kroz dodatne aktivnosti ili posebne programe. Time bi se rizik za neuspjeh u školskoj matematici sveo na najmanju moguću mjeru.

### 3. Metode istraživanja

#### 3.1. Uzorak

U istraživanju je sudjelovalo 33 petogodišnjaka (9 dječaka i 24 djevojčice) urednog razvoja koji pohađaju DV Travno u Zagrebu. Djeca su bila dobi od 5;0 do 5;10 godina starosti (Tablica 1.), prosječne dobi izražene u mjesecima  $M_{dob} = 65,94$  mjeseci,  $SD = 2,904$ . Za svako dijete koje je sudjelovalo u istraživanju dobiven je pisani pristanak roditelja ili skrbnika. Djeca su za svoje sudjelovanje u istraživanju simbolički nagrađena.

Tablica 1. Raspodjela ispitanika po dobi iskazana u mjesecima

Dob u mjesecima	Broj ispitanika (N)	Postotak ispitanika
60	2	6,1%
61	3	9,1%
62	1	3,0%
64	3	9,1%
65	2	6,1%
66	3	9,1%
67	9	27,3%
68	4	12,1%
69	4	12,1%
70	2	6,1%
<b>M = 65,94; SD = 2,904</b>	<b>N = 33</b>	<b>= 100%</b>

M = prosječna dob djece iskazana u mjesecima

#### 3.2. Ispitni materijal

Ispitivanje je provedeno u odvojenoj prostoriji unutar vrtića, zasebno sa svakim djetetom. Ispitni materijal oblikovan je i uređen u programu *Microsoft PowerPoint*. Sav ispitni materijal uređen je po uzoru na istraživanje Li i sur. (2018) koji su ispitivali nesimboličke i simboličke vještine te vještine mapiranja kod djece dobi 4 do 8 godina.

Korištena su dva tipa zadataka u istraživanju – prvi za ispitivanje nesimboličke procjene količine te drugi za ispitivanje simboličke procjene količine. U oba zadatka predstavljeni su

sljedeći omjeri količina:  $2/3$ ,  $3/4$ ,  $4/5$  te  $5/6$ , a raspon količina koje su predstavljene jest između 5 i 50, čime je isključena mogućnost automatskog prebrojavanja skupa (Feigenson i sur., 2004).

Predstavljeni odnosi količina su sljedeći:

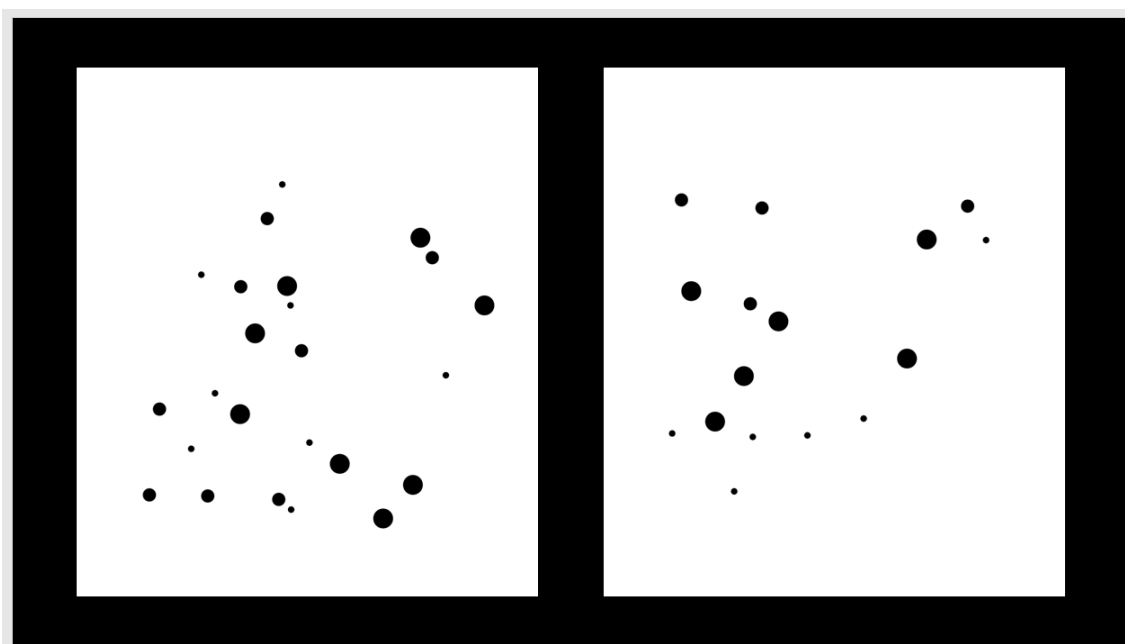
- omjer  $2/3$ :  $6/9$ ,  $8/12$ ,  $10/15$ ,  $12/18$ ,  $14/21$ ,  $16/24$ ,  $18/27$ ,  $20/30$
- omjer  $3/4$ :  $6/8$ ,  $9/12$ ,  $12/16$ ,  $15/20$ ,  $18/24$ ,  $21/28$ ,  $24/32$ ,  $27/36$
- omjer  $4/5$ :  $8/10$ ,  $12/15$ ,  $16/20$ ,  $20/25$ ,  $24/30$ ,  $28/35$ ,  $32/40$ ,  $36/45$
- omjer  $5/6$ :  $5/6$ ,  $10/12$ ,  $15/18$ ,  $20/24$ ,  $25/30$ ,  $30/36$ ,  $35/42$ ,  $40/48$ .

Također, količine korištene u omjerima podijeljene su na manje i veće količine (u skladu s drugom pretpostavkom), a granica je postavljena na broju 24. Ova granica izabrana je jer je broj 24 gotovo na polovici iznosa od 50 te je veći broj omjera s manjim količinama uključivao i broj 24. Prema tome omjeri su razvrstani i na sljedeći način:

- manje količine (ukupno 18 omjera):  $6/9$ ,  $8/12$ ,  $10/15$ ,  $12/18$ ,  $14/21$ ,  $16/24$ ,  $6/8$ ,  $9/12$ ,  $12/16$ ,  $15/20$ ,  $18/24$ ,  $8/10$ ,  $12/15$ ,  $16/20$ ,  $5/6$ ,  $10/12$ ,  $15/18$ ,  $20/24$ ,
- veće količine (ukupno 14 omjera):  $18/27$ ,  $20/30$ ,  $21/28$ ,  $24/32$ ,  $27/36$ ,  $20/25$ ,  $24/30$ ,  $28/35$ ,  $32/40$ ,  $36/45$ ,  $25/30$ ,  $30/36$ ,  $35/42$ ,  $40/48$ .

Prvi tip zadataka ispitivao je nesimboličke vještine kod petogodišnjaka (Slika 1.). Na slajdu s crnom pozadinom bila su postavljena dva bijela pravokutnika dimenzija 16 (visina) i 14 (širina) centimetara. Pravokutnici su međusobno te od lijevog i desnog ruba ekrana bili odmaknuti 2 centimetra, a od vrha i dna ekrana 1.5 centimetar. Unutar pravokutnika nasumično su bili raspoređeni kružići oblikovani putem Web uređivača *p5.js*, a uređeni su kružići promjera 0.2, 0.4 te 0.6 centimetara. Kružići su unutar pravokutnika bili raspoređeni, također putem spomenutog uređivača, na prostoru dimenzija 12x12 centimetara. Količina malih, srednjih i velikih kružića uvijek je bila određena dijeljenjem ukupne količine na tri dijela (primjerice, 24 je predstavljen s 8 malih, srednjih i velikih kružića). Ako broj nije djeljiv s tri, broj velikih i malih kružića bio je jednak, a broj srednjih kružića uvijek manji.

Slika 1. Predložak zadatka koji ispituje nesimboličke vještine (prikazani omjer količina 24/16)



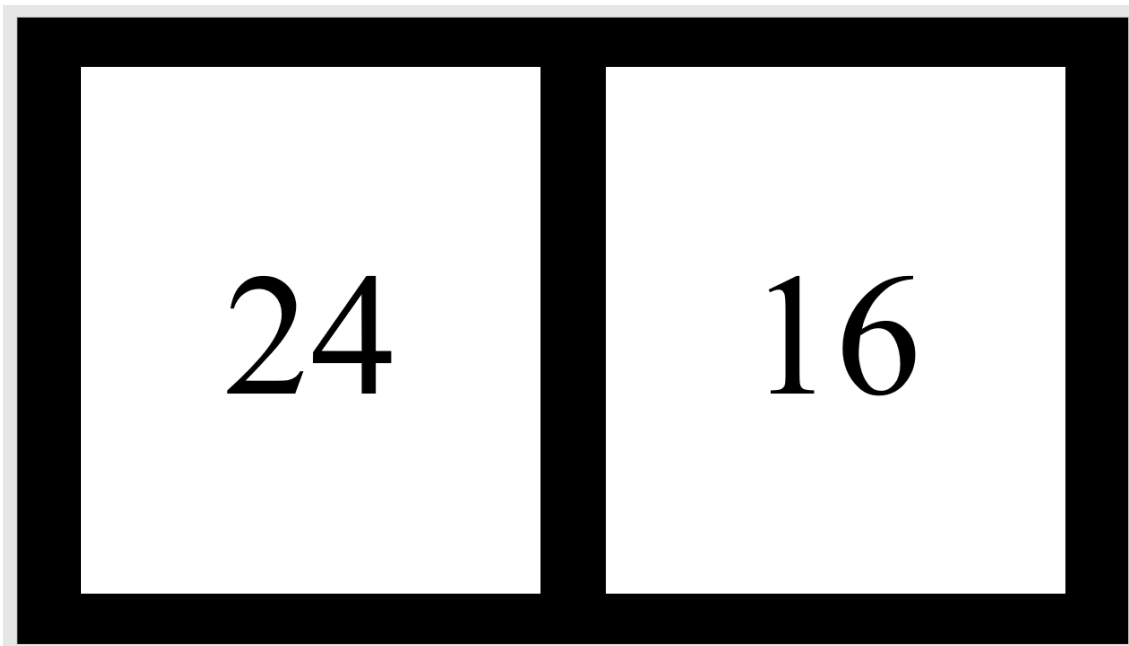
Zadatak djeteta je bio, bez prebrojavanja kružića, odgovoriti na pitanje: „Na kojoj slici je više kružića?“ Od djeteta se zahtijevalo da pokaže prstom na predložak na kojem se nalazi veći broj kružića.

Na početku su bila prikazana četiri predložka za uvježbavanje te su količine na tim predlošcima izabrane putem Web generatora *random.org*, a one su bile sljedeće (poredak identičan onome u ispitnom materijalu): 24/16, 6/8, 36/45 te 18/15. Iste količine korištene su i u ispitnim predlošcima, ali tada su bile obrnute. Tijekom ovog dijela nije postojalo vremensko ograničenje za odgovor i dijete je nakon svojeg odgovora dobilo povratnu informaciju o točnosti istog. Nakon predložaka za uvježbavanje, uslijedila su 32 ispitna predložka, bez povratne informacije o točnosti. Svaki predložak bio je prikazan 10 sekundi tijekom kojih je dijete moralo ponuditi odgovor. Prijelaz između predložaka trajao je 1 sekundu tijekom kojeg je ekran bio u potpunosti crn.

Ako je odgovor – procjena količine bila točna i dana unutar zadanog vreme, bodovana je jednim bodom. Ukoliko procjena nije bila točna, bodovana je s nula bodova. Isto tako, ako odgovor nije bio dan unutar zadanog vremena, bodovan je s nula bodova. Moguće je bilo postići rezultat u rasponu od 0 do 32 boda.

Drugi tip zadataka ispitivao je simboličke vještine kod petogodišnjaka (Slika 2.). Izgled predložaka bio je sličan izgledu nesimboličkih, na crnoj pozadini nalazila su se dva bijela pravokutnika dimenzija 16x14 centimetara, ali unutar prostora dimenzija 12x12 centimetara bile su smještene arapske brojke u fontu *Times New Roman* veličine 150. Poredak omjera identičan je onome za nesimboličke.

Slika 2. Predložak zadatka koji ispituje simboličke vještine



Zadatak je bio odgovoriti na pitanje: „Koji od ova dva broja je veći?“ Od djeteta se tražilo da prstom pokaže na predložak na kojem je prikazan broj koji označava veću količinu.

Prvo su prikazana četiri predložka za uvježbavanje, bez vremenskog ograničenja, a poslije svakog je uslijedila informacija o točnosti. Nakon predložaka za uvježbavanja uslijedila su 32 ispitna predložka, od kojih je svaki bio prikazan 10 sekundi, bez povratne informacije o točnosti.

Ako je odgovor – procjena količine bila točna i dana unutar zadanog vremena, bodovana je jednim bodom. Ukoliko procjena nije bila točna, bodovana je s nula bodova. Isto tako, ako odgovor nije bio dan unutar zadanog vremena, bodovan je s nula bodova. Moguće je bilo postići rezultat u rasponu od 0 do 32 boda.

### 3.3. Varijable istraživanja

U Tablici 2. navedene su varijable koje su se ispitivale te njihove kratice pod kojima su unesene u program *SPSS Statistics*.

Tablica 2. Varijable istraživanja, njihove kratice i opis

<b>NAZIV VARIJABLE</b>	<b>KRATICA VARIJABLE</b>	<b>OPIS VARIJABLE</b>
ukupan rezultat nesimbolički	<b>UNP</b>	Ukupan rezultat ostvaren na zadacima nesimboličke procjene.
ukupan rezultat simbolički	<b>USP</b>	Ukupan rezultat ostvaren na zadacima simboličke procjene.
obrada manjih količina nesimbolički	<b>OMN</b>	Rezultat ostvaren na zadacima nesimboličke obrade količina $\leq 24$ .
obrada većih količina nesimbolički	<b>OVN</b>	Rezultat ostvaren na zadacima nesimboličke obrade količina $> 24$ .
obrada manjih količina simbolički	<b>OMS</b>	Rezultat ostvaren na zadacima simboličke obrade količina $\leq 24$ .
obrada većih količina simbolički	<b>OVS</b>	Rezultat ostvaren na zadacima simboličke obrade količina $> 24$ .
ukupna obrada manjih količina	<b>UMK</b>	Zbroj ukupnih rezultata obrade manjih količina predstavljenih nesimbolički i simbolički.
ukupna obrada većih količina	<b>UVK</b>	Zbroj ukupnih rezultata obrade većih količina predstavljenih nesimbolički i simbolički.
ukupan rezultat	<b>UKR</b>	Zbroj ukupnih rezultata nesimboličke i simboličke procjene količina.



## 4. Rezultati istraživanja

Prikupljeni podaci obrađeni su u programu *SPSS Statistics* 28.0.

Prema opisanom načinu bodovanja izračunat je ukupni rezultat na primijenjenom ispitnom materijalu za svakog pojedinog ispitanika. Svi pojedini rezultati su zbrojeni te su dobiveni ukupni rezultati na zadacima nesimboličke obrade, ukupni rezultati na zadacima simboličke obrade te ukupan rezultat koji se sastoji od prethodna dva navedena rezultata. Kako je uzorak ispitanika manji od 50, za ispitivanje normalnosti distribucije korišten je Shapiro -Wilk test.

Nadalje, sve predstavljene količine podijeljene su u dvije grupe: na manje i veće količine. Manje količine obuhvaćaju one koje su jednake i manje od 24, dok veće količine obuhvaćaju one veće od 24. Rezultati obrade manjih količina predstavljenih nesimbolički za svakog ispitanika su zbrojeni te se taj zbroj gledao kao ukupan rezultat obrade manjih količina. Isto je napravljeno za rezultate obrade većih količina. Bodovanje je primijenjeno na jednak način kao i za prethodne analize.

Tablica 3. Deskriptivna analiza rezultata nesimboličke i simboličke obrade količina

VARIJABLA	N	MIN	MAX	RR	M	SD	C	D
UNP	33	18	32	0 – 32	28,21	3,389	29,00	29
USP	33	13	32	0 – 32	21,24	4,684	20,00	19
UKP	33	39	63	0 – 64	49,45	5,461	49,00	48

UNP = ukupan rezultat nesimboličke obrade, USP = ukupan rezultat simboličke obrade, UKP = ukupan rezultat (zbroj UNP i USP), N = broj ispitanika, MIN = najmanji ostvareni rezultat na zadacima, MAX = najveći ostvareni rezultat na zadacima, RR = mogući raspon rezultata, M = prosječan ostvareni rezultat, SD = standardna devijacija prosječnog ostvarenog rezultata, C = medijan ostvarenih rezultata, D = dominantna vrijednost ostvarenih rezultata (najčešće ostvaren rezultat)

Tablica 4. Rezultati Shapiro – Wilk testa za normalnost distribucije rezultata

VARIJABLA	N	Shapiro – Wilk Test	p (Sig.)
<b>UNP</b>	33	0,856	< 0.01
<b>USP</b>	33	0,931	0.038

UNP = ukupan rezultat nesimboličke obrade, USP = ukupan rezultat simboličke obrade

U Tablici 3. prikazana je deskriptivna analiza rezultata nesimboličke te simboličke obrade količina. Vidljivo je kako je prosječan rezultat nesimboličke obrade količina, koji iznosi  $M = 28,21$  ( $SD = 3,389$ ), viši naspram prosječnog rezultata simboličke obrade količina, a on iznosi  $M = 21,24$  ( $SD = 4,684$ ). Također, rezultati simboličke obrade količina raspršeniji su u odnosu na rezultate nesimboličke obrade što ukazuje na neujednačenija postignuća na zadacima simboličke obrade. Ovakav rezultat jest očekivan s obzirom na dob pošto se u dobi od pet godina simboličke vještine tek javljaju. Kod neke djece vidljivo je kako već dosta dobro poznaju brojke i točno ih uspoređuju ili imenuju, dok dio djece još uvijek ne prepoznaje brojke, zamjenjuje ih (primjerice, zamjena brojeva 6 i 9) ili su nesigurni pri izboru. Ipak, rezultati su ujednačeni te je jasno kako se radi o djeci urednog razvoja. Ovi rezultati u skladu su s rezultatima istraživanja Li i sur. (2018), prema čijim materijalima su uređeni i materijali korišteni u ovom istraživanju, a koji su također pokazali kako petogodišnjaci postižu bolje uspjehe na zadacima koji ispituju nesimboličke vještine naspram zadataka koji ispituju simboličke vještine.

Shapiro – Wilk testom ispitana je normalnost distribucije rezultata te se pokazalo kako rezultati nesimboličke i simboličke obrade količina nisu distribuirani normalno jer je razina statističke značajnosti za obje raspodjele niža od 0,05, stoga se u daljnjim izračunima koristi neparametrijska statistika. Rezultati testa prikazani su u Tablici 4.

Tablica 5. Deskriptivna statistika rezultata nesimboličke i simboličke obrade manjih i većih količina

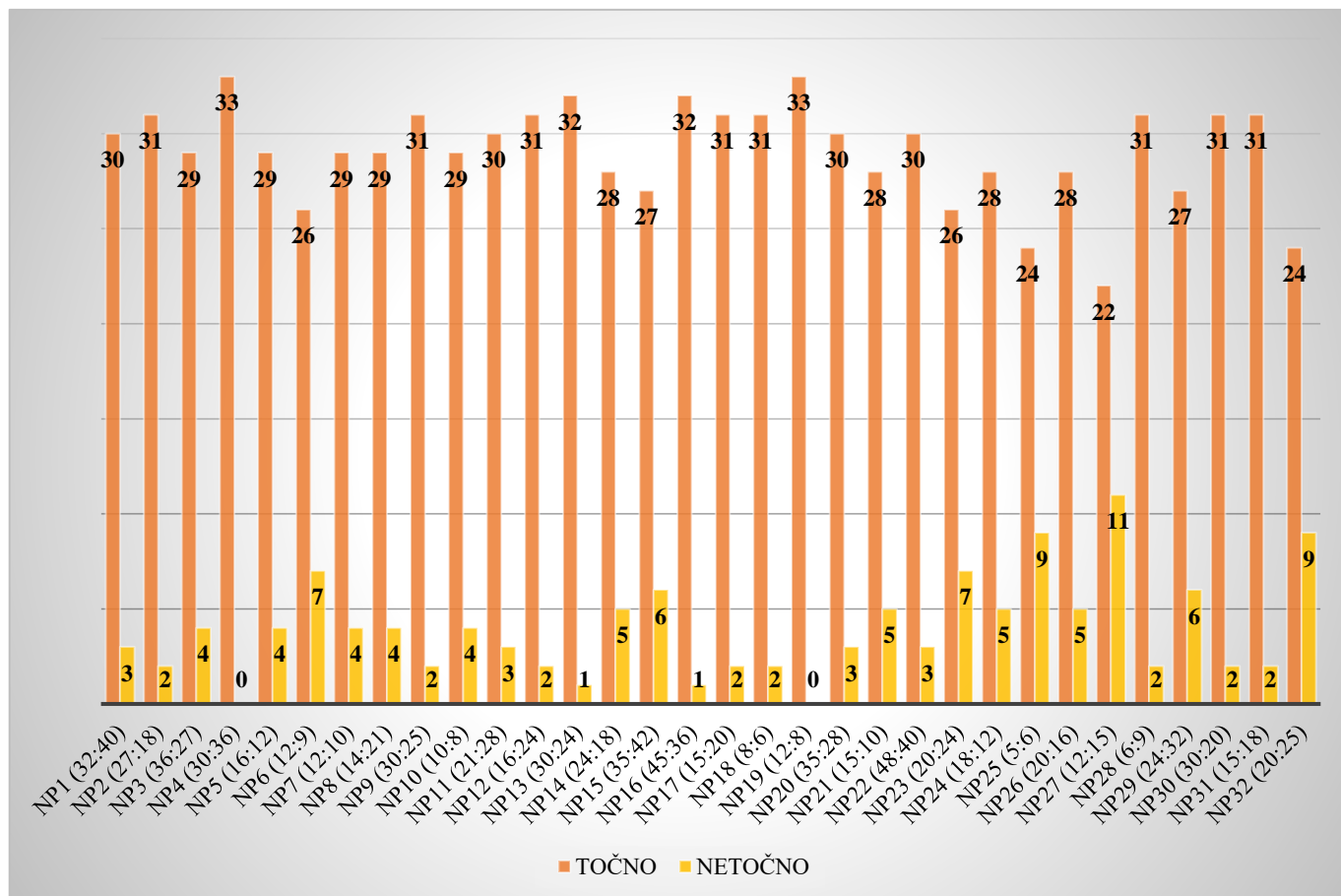
VARIJABLA	N	RR	M	SD	C	D	PT
<b>OMN</b>	33	0 – 18	15,70	0,395	16,00	17	87,2 %
<b>OVN</b>	33	0 – 14	12,52	0,250	13,00	10	89,4 %
<b>OMS</b>	33	0 – 18	12,76	0,547	12,00	10	70,9 %
<b>OVS</b>	33	0 – 14	8,48	0,367	8,00	9	60,6 %
<b>UMK</b>	33	0 – 36	28,45	3,692	28,00	28	79%
<b>UVK</b>	33	0 – 28	21	2,487	21,00	22	75%

OMN = rezultat obrade manjih količina predstavljenih nesimbolički, OVN = rezultat obrade većih količina predstavljenih nesimbolički, OMS = rezultat obrade manjih količina predstavljenih simbolički, OVS = rezultat obrade većih količina predstavljenih simbolički, UMK = ukupan rezultat obrade manjih količina, UVK = ukupan rezultat obrade većih količina, N = broj ispitanika, RR = raspon mogućih rezultata, M = prosječan rezultat, SD = standardna devijacija prosječnog rezultata, C = medijan ostvarenih rezultata, D = dominantna vrijednost ostvarenih rezultata (najčešće ostvaren rezultat), PT = postotak točnosti rješavanja

U Tablici 5. prikazana je deskriptivna statistika rezultata nesimboličke i simboličke obrade manjih i većih količina. Prosječan rezultat ukupne obrade manjih količina iznosi  $M = 28,45$  ( $SD = 3,692$ ) što je otprilike 79% točnosti rješavanja ovih zadataka. Prosječan rezultat ukupne obrade većih količina jest  $M = 21$  ( $SD = 2,487$ ) te je postotak točnosti rješavanja ovih zadataka 75%. Prema tome, iako postotak točnosti nije značajno viši, petogodišnjaci uspješnije rješavaju zadatke ako su omjeri predstavljeni malim količinama, nego većim.

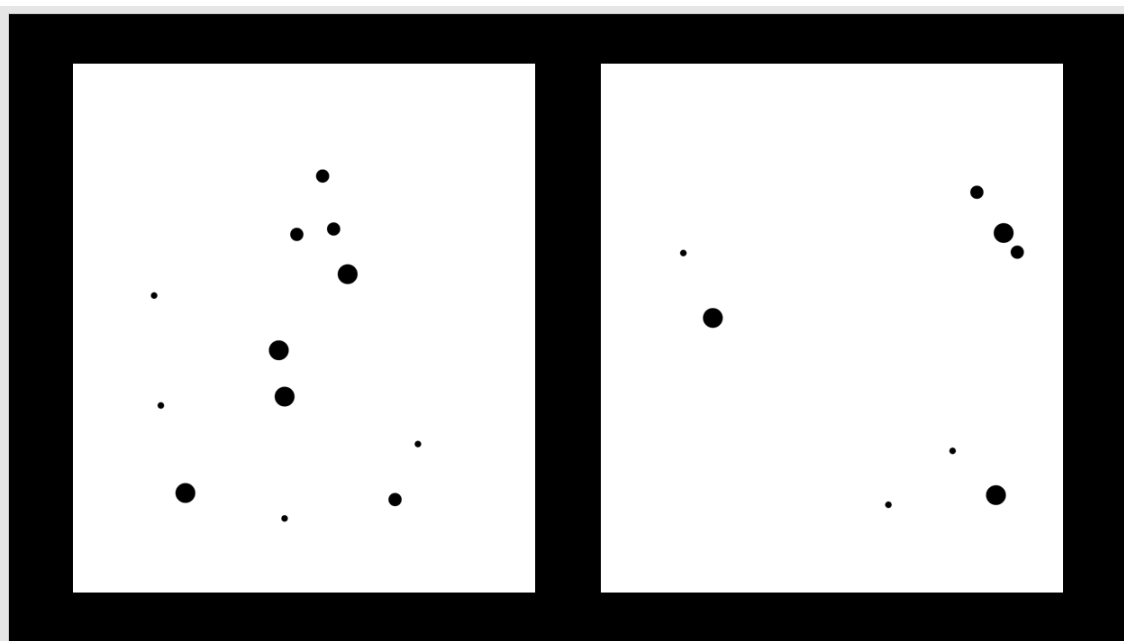
#### 4.1. Nesimbolička naspram simboličke obrade

Graf 1. Broj točnih odgovora na zadacima nesimboličke obrade količina

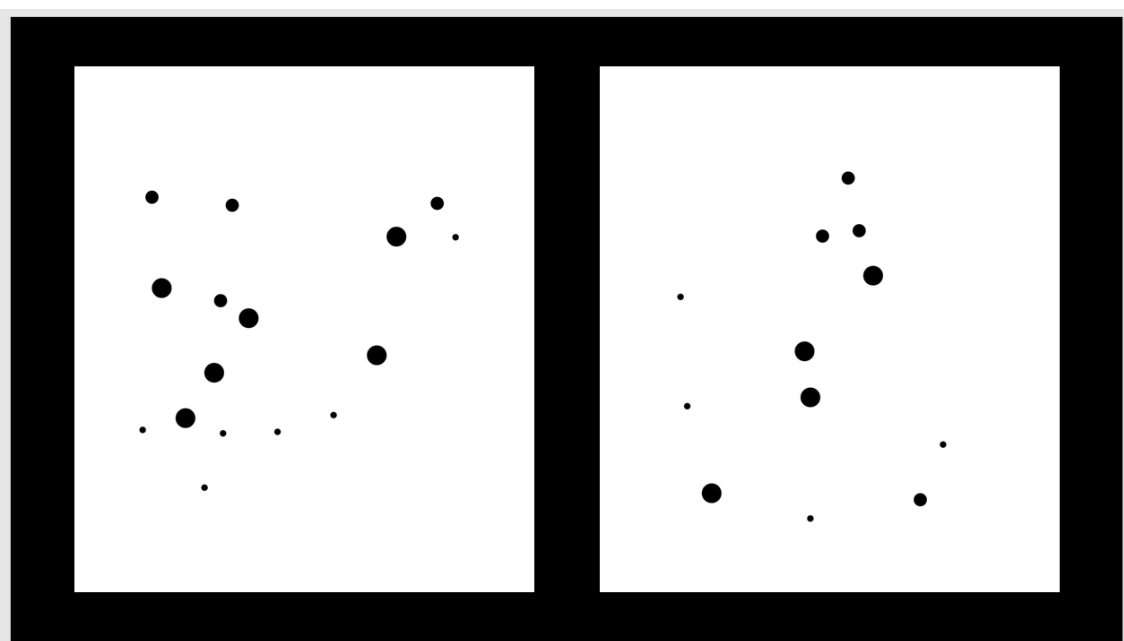


Na Grafu 1. prikazan je broj točnih odgovora na svaki pojedini zadatak kojim se ispitala nesimbolička obrada količina. Iz rezultata je vidljivo kako su svi petogodišnjaci u potpunosti točno usporedili jedino količine 8/12 (Slika 3.) te 12/16 (Slika 4.), dok je najmanje točnih odgovora bilo na zadatku s količinama 12/15 (Slika 5.) (jedanaest netočnih odgovora), a potom na zadacima s količinama 5/6 (Slika 6.) te 20/25 (Slika 7.) (devet netočnih odgovora). Najmanje točnih odgovora (šest i više netočnih odgovora) općenito je ostvareno na zadacima s omjerom 5/6 (primjerice, NP23 i NP25). Procjena tako male razlike u ovoj dobi nije očekivana, odnosno, ovakav rezultat u skladu je s razvojnom linijom (Kolkman i sur., 2013) prema kojoj se omjer 5/6, to jest rezultat Weberove frakcije od 0,2 usvaja tek u šestoj godini života.

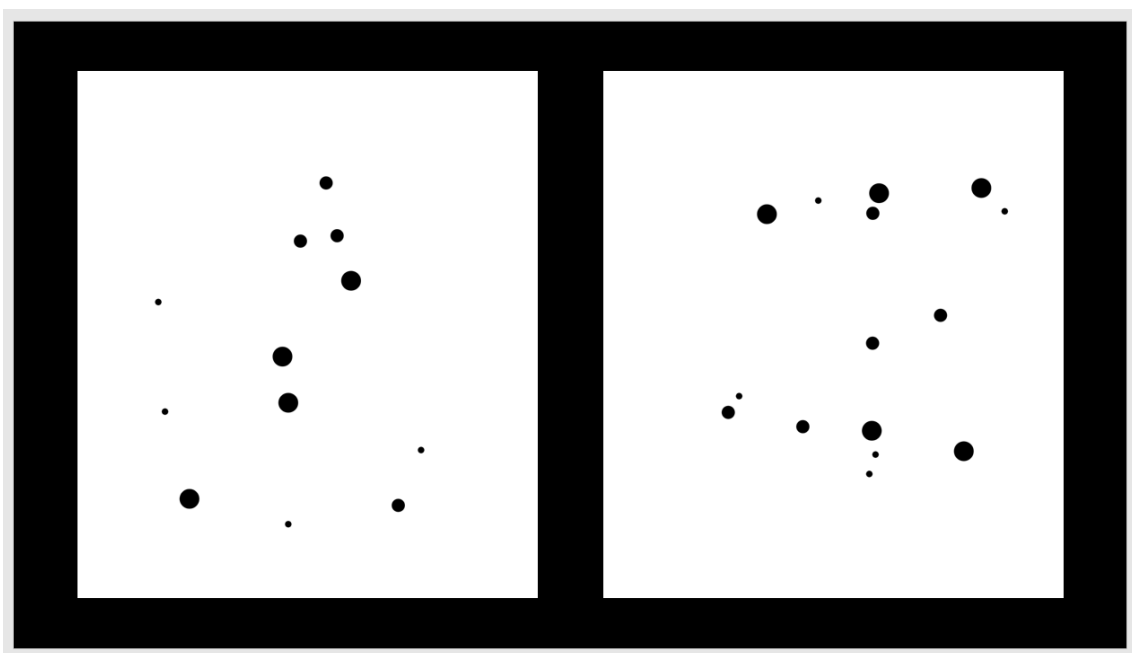
Slika 3. Predložak na kojem je nesimbolički prikazan omjer količina 8/12



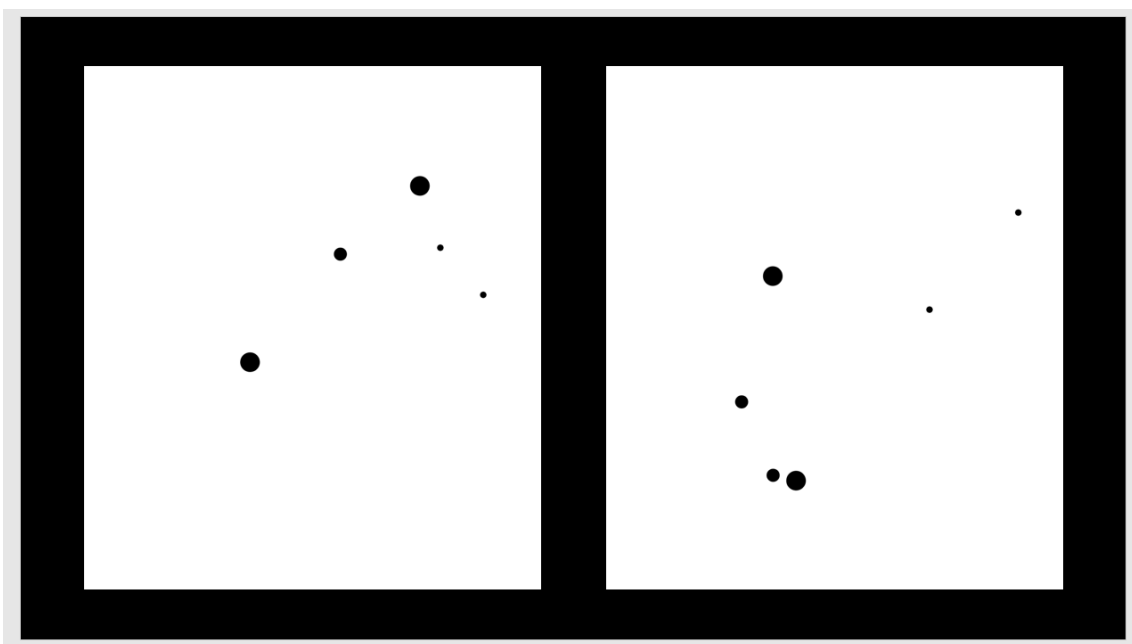
Slika 4. Predložak na kojem je nesimbolički prikazan omjer količina 12/16



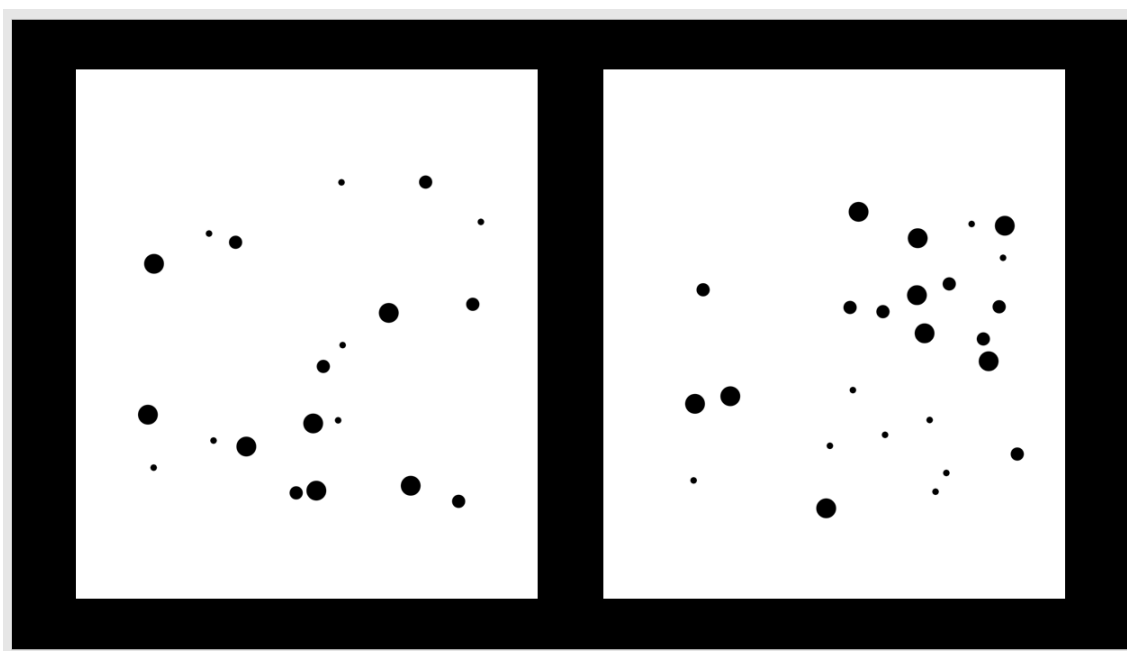
Slika 5. Predložak na kojem je nesimbolički prikazan omjer količina 12/15



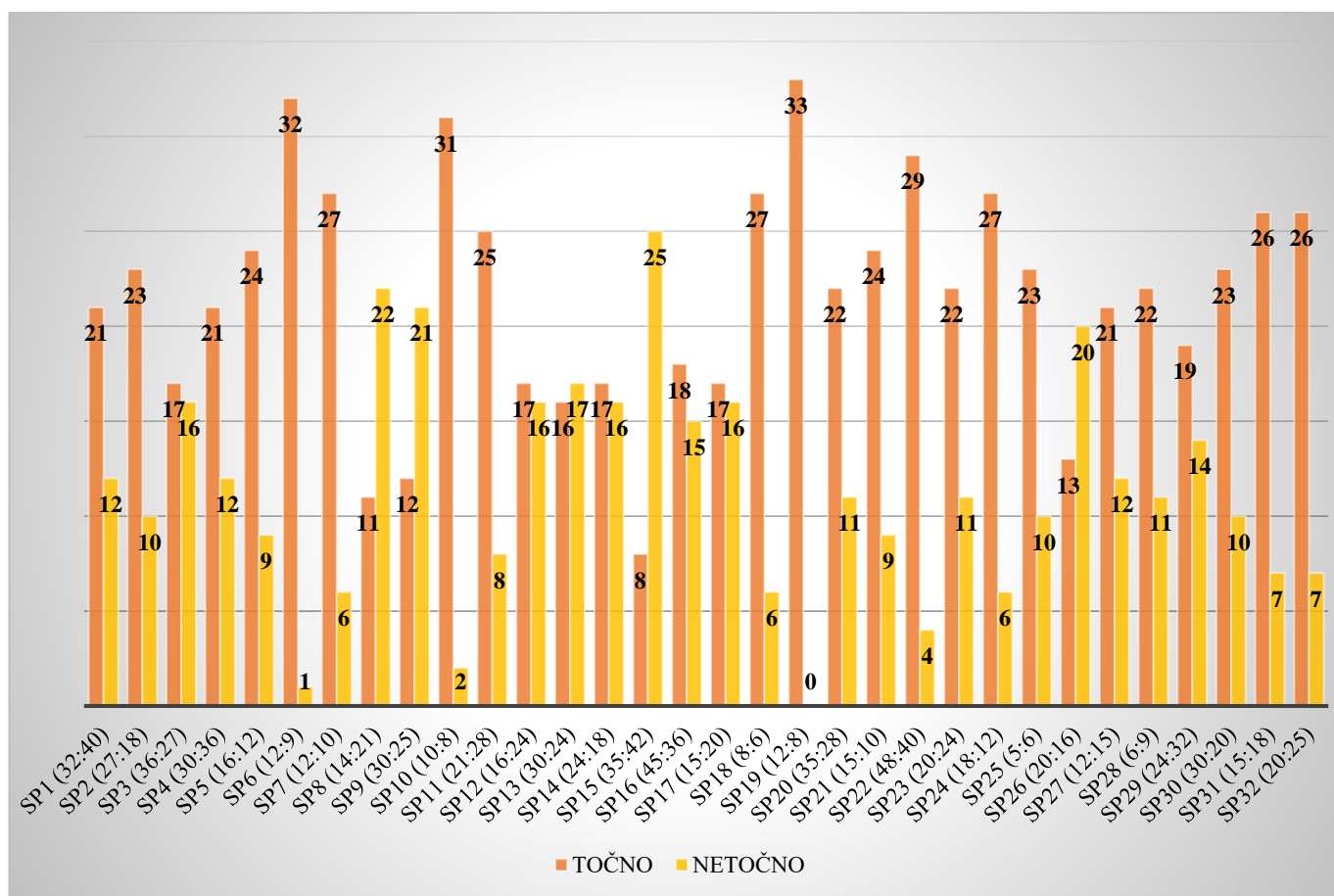
Slika 6. Predložak na kojem je nesimbolički prikazan omjer količina 5/6



Slika 7. Predložak na kojem je nesimbolički prikazan omjer količina 20/25



Graf 2. Broj točnih odgovora na zadacima simboličke obrade količina



Na Grafu 2. prikazan je broj točnih odgovora na svaki pojedini zadatak kojima se ispitivala simbolička obrada količina. Iz grafa je vidljivo kako su petogodišnjaci ukupno više griješili na zadacima simboličke obrade, što je i očekivano. Na pojedinim zadacima (poput SP8 ili SP15) više je netočnih nego točnih odgovora. Jedini zadatak koji su svi petogodišnjaci točno riješili jest zadatak s količinama 8/12, što je jednako kao i na zadacima nesimboličke obrade količina. Moguće je kako su se s ovim brojkama djeca susretala u svojoj okolini te radi toga točno rješavaju ovaj zadatak. S druge strane, na zadatku s količinama 35/42 najmanje petogodišnjaka ponudilo je točan odgovor, njih samo osam.

Zadaci u kojima su suprotstavljene količine prikazane dvoznamenkastim brojkama imaju najviše netočnih odgovora (Tablica 7.). Većina djece pri odgovaranju na ponuđeni zadatak vodila se drugom znamenkom (znamenka za jedinice) te zanemarila prvu znamenku (znamenku za desetice), pa je i odgovor bio pod utjecajem krive pretpostavke kako druga znamenka, pošto je veća, predstavlja i veću količinu. Ova pretpostavka petogodišnjaka razumljiva je s obzirom da petogodišnjaci koji su sudjelovali u istraživanju nisu imali formalnu poduku iz matematike te nemaju usvojeno znanje o deseticama i jedinicama, tj. značenju znamenke ovisno o njezinom položaju. Pixner, Moeller, Zuber i Nuerk (2009) navode kako djeca u prvom razredu još uvijek percipiraju znamenke dvoznamenkastih brojeva odvojeno, što bi opravdalo vođenje za većom brojkom u odgovaranju na postavljene zadatke. Prema *Kurikulumu za nastavni predmet matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj* (NN 7/2019), tek u prvom razrednu osnovne škole dijete se podučava i od njega se očekuje da „objašnjava vezu između vrijednosti znamenaka i vrijednosti broja“, pa je ovakav rezultat očekivan.

Tablica 6. Predstavljene omjere količina u zadacima nesimboličke obrade poredani prema težini od najlakšeg prema najtežem te broj točnih odgovora

Tablica 7. Predstavljene omjere količina u zadacima simboličke obrade poredani prema težini od najlakšeg prema najtežem te broj točnih odgovora

OMJER	NESIMBOLIČKI PRIKAZ
8/12	33
12/16	33
24/30	32

OMJER	SIMBOLIČKI PRIKAZ
8/12	33
9/12	32
8/10	31



<b>36/45</b>	32
<b>6/9</b>	31
<b>16/24</b>	31
<b>18/27</b>	31
<b>20/30</b>	31
<b>6/8</b>	31
<b>15/20</b>	31
<b>15/18</b>	31
<b>25/30</b>	31
<b>21/28</b>	30
<b>28/35</b>	30
<b>32/40</b>	30
<b>40/48</b>	30
<b>14/21</b>	29
<b>9/12</b>	29
<b>27/36</b>	29
<b>8/10</b>	29
<b>30/36</b>	29
<b>10/15</b>	28
<b>12/18</b>	28
<b>18/24</b>	28
<b>16/20</b>	28
<b>24/32</b>	27
<b>35/42</b>	27
<b>10/12</b>	26
<b>20/24</b>	26
<b>20/25</b>	24
<b>5/6</b>	24
<b>12/15</b>	22

<b>40/48</b>	29
<b>6/8</b>	27
<b>12/18</b>	27
<b>10/12</b>	27
<b>15/18</b>	26
<b>20/25</b>	26
<b>21/28</b>	25
<b>12/16</b>	24
<b>10/15</b>	24
<b>18/27</b>	23
<b>20/30</b>	23
<b>5/6</b>	23
<b>6/9</b>	22
<b>28/35</b>	22
<b>20/24</b>	22
<b>32/40</b>	21
<b>30/36</b>	21
<b>12/15</b>	21
<b>16/20</b>	20
<b>24/32</b>	19
<b>36/45</b>	18
<b>16/24</b>	17
<b>15/20</b>	17
<b>27/36</b>	17
<b>18/24</b>	17
<b>24/30</b>	16
<b>25/30</b>	12
<b>14/21</b>	11
<b>35/42</b>	8

U Tablici 6. i 7. zadaci su poredani po težini, to jest, za one zadatke koji su imali najviše bodova pretpostavlja se kako su ujedno i najlakši zadaci. Vidljivo je kako poredak težine zadataka nesimboličke i simboličke obrade nije jednak. Najlakši zadani omjer količina već je spomenut i jednak je kod nesimboličke i simboličke obrade, a to je omjer 8/12. S druge strane, najteži zadani omjer količina za nesimboličku obradu jest 12/15, a za simboličku obradu 35/42.

Ako se usporede grupe omjera kojima pripada nekoliko prvih lakših zadataka nesimboličke obrade, uočljivo je kako su to količine iskazane omjerom 2/3. Prema razvojnoj liniji (Lipton i Spelke, 2003; Wood i Spelke, 2005) očekivano je da se ovi zadaci najuspješnije rješavaju. Shodno tome, ako se usporede grupe omjera kojima pripada nekoliko najtežih zadataka, uočljivo je kako su to količine iskazane omjerom 5/6, a prema razvojnoj liniji (Kolkman i sur., 2013) očekivano je kako će ovi zadaci biti najteži za rješavanje.

Među rezultatima nesimboličke i simboličke procjene količine, nekoliko sudionika postiglo je niže rezultate u usporedbi s ostatkom grupe. Njihovi rezultati izdvojeni su i pobliže opisani. Na zadacima nesimboličke procjene količine troje ispitanika (sudionici A, B i C) postigli su rezultate koji su  $-2$  SD i više od prosječnog rezultata grupe. Isto tako, na zadacima simboličke procjene količine izdvojeno je drugih troje ispitanika (sudionici D, E i F) čiji rezultati odstupaju više od  $-1,25$  SD od prosječnog rezultata grupe. Radi toga, postoji pretpostavka kako su ova djeca rizična za diskalkuliju.

Prema hipotezi deficita ANS-a (Wilson i Dehaene, 2007; prema Schwenk i sur., 2017) djeca s diskalkulijom imaju teškoće koje se očituju u nesimboličkim matematičkim vještinama te se pretpostavlja kako su njihove mentalne reprezentacije u ANS-u nejasnije i nepreciznije. Zbog ovoga, kod djece s diskalkulijom javlja se lošije mapiranje simboličkih reprezentacija na nesimboličke (Mazzocco i sur., 2011) te su njihove simboličke vještine lošije. Iako na zadacima nesimboličke procjene količina postižu niže rezultate, rezultati sudionika A i B na zadacima simboličke procjene količine su u razini prosjeka, a rezultati sudionika C znatno viši naspram rezultata ostatka grupe. Njihovi rezultati prikazani su u Tablici 8.

Prema hipotezi deficita u pristupu (Rousselle i Noël, 2007) djeca s diskalkulijom imaju uredne nesimboličke matematičke vještine, ali njihove simboličke vještine znatno su lošije naspram vještina djece urednog razvoja. Problem nastaje u pristupu ANS-u kad su brojevine veličine iskazane simbolički. Sudionici D, E i F zaista postižu lošije rezultate samo na zadacima

simboličke procjene količine, dok su njihovi rezultati na zadacima nesimboličke procjene uredni i u skladu s rezultatima ostatka grupe. Rezultati su prikazani u Tablici 9.

Tablica 8. Rezultati sudionika koji su postigli niske rezultate na zadacima nesimboličke obrade

SUDIONIK	UNP	USP
A	21	19
B	18	21
C	20	30

UNP = ukupan rezultat nesimboličke obrade, USP = ukupan rezultat simboličke obrade

Tablica 9. Rezultati sudionika koji su postigli niske rezultate na zadacima simboličke obrade

SUDIONIK	USP	UNP
D	13	32
E	13	27
F	15	27

USP = ukupan rezultat simboličke obrade, UNP = ukupan rezultat nesimboličke obrade

Rezultati sudionika A, B i C na pojedinim zadacima nesimboličke i simboličke procjene količina uspoređeni su s rezultatima ostatka grupe s obzirom na težinu zadataka. Rezultati su prikazani u Tablici 10. i 11.

Tablica 10. Rezultati nesimboličke obrade sudionika A, B i C u usporedbi s čitavom grupom

OMJER	NESIMBOLIČKI PRIKAZ			
	A	B	C	
8/12	33	1	1	1
12/16	33	1	1	1
24/30	32	1	1	0

<b>36/45</b>	32	1	1	1
<b>6/9</b>	31	1	0	1
<b>16/24</b>	31	1	1	1
<b>18/27</b>	31	1	0	0
<b>20/30</b>	31	1	1	1
<b>6/8</b>	31	1	1	1
<b>15/20</b>	31	0	1	0
<b>15/18</b>	31	0	1	1
<b>25/30</b>	31	0	1	1
<b>21/28</b>	30	1	0	0
<b>28/35</b>	30	0	0	1
<b>32/40</b>	30	1	1	0
<b>40/48</b>	30	1	0	1
<b>14/21</b>	29	1	1	0
<b>9/12</b>	29	1	0	1
<b>27/36</b>	29	0	1	1
<b>8/10</b>	29	1	0	0
<b>30/36</b>	29	1	1	1
<b>10/15</b>	28	1	1	0
<b>12/18</b>	28	0	0	0
<b>18/24</b>	28	1	0	0
<b>16/20</b>	28	0	0	1
<b>24/32</b>	27	1	1	1
<b>35/42</b>	27	1	0	0
<b>10/12</b>	26	1	1	1
<b>20/24</b>	26	0	0	1
<b>20/25</b>	24	0	1	1
<b>5/6</b>	24	0	0	1
<b>12/15</b>	22	0	0	0

Rezultati sudionika A pokazuju kako on uspješno rješava lakše zadatke, ali zadatke koji pripadaju najtežima ne rješava točno. Njegovi rezultati poprilično prate silaznu putanju točnosti

ovisno o težini rezultata. Također, ako se uspoređi uspješnost rješavanja zadataka grupiranih po omjerima, sudionik A gotovo u potpunosti uspješno rješava količine iskazane u omjeru 2/3, dok samo polovično uspješno rješava količine iskazane omjerima 4/5 te 5/6. Može se reći kako odstupanje prati pravilo razvojne linije da se manji omjeri uspješnije razlikuju, međutim razvojna linija ovog sudionika odstupa od ostatka grupe.

Rezultati sudionika B pokazuju kako on isto uspješnije rješava lakše zadatke, međutim ta uspješnost se smanjuje kako zadaci postaju teži. Samo polovično uspješno rješava zadatke u kojima su količine iskazane omjerima 4/5 i 5/6, no gotovo jednako neuspješno rješava i zadatke s količinama iskazanim u omjerima 2/3 te 3/4. Iz ovoga možemo zaključiti kako nesimboličke vještine ispitanika B u potpunosti odudaraju od očekivanog za njegovu dob te ne prate urednu razvojnu liniju.

Što se tiče sudionika C, njegovi rezultati ne prate rezultate ostatka grupe što se tiče točnosti i težine zadataka. Moguće je kako rezultati ne predstavljaju njegovo pravo znanje te da je ispitanik zapravo pogađao točne odgovore, to jest, da uopće ne razumije što se od njega traži u ovom zadatku. Čak i kad se uspoređi uspješnost rješavanja zadataka po zadanim omjerima, rezultati pokazuju kako ispitanik gotovo u potpunosti uspješno rješava zadatke s količinama iskazanim u omjeru 5/6, dok samo polovično uspješno rješava zadatke s količinama iskazanim u omjeru 2/3 te 4/5. Ovakvi rezultati ne prate razvojnu liniju te u potpunosti odstupaju od onog što se očekuje. Ako pri tome usporedimo i njegov rezultat simboličke obrade, vidljivo je kako je on poprilično visok – samo troje ispitanika na zadacima simboličke obrade postiglo je 30 i više bodova. Moguće je da je sudionik C podučavan simbolima tj. brojevima (od strane roditelja ili u nekoj posebnoj radionici), jer je nesrazmjer rezultata izrazito velik. Postavlja se pitanje, s obzirom na lošije rezultate nesimboličke obrade, je li razumijevanje simbola dobro ili je sudionik C zapravo samo podučen točnom odgovoru.

Tablica 11. Rezultati simboličke obrade sudionika A, B i C u usporedbi s čitavom grupom

OMJER	SIMBOLIČKI			
	PRIKAZ	A	B	C
8/12	33	1	1	1
9/12	32	1	1	1
8/10	31	1	0	1

<b>40/48</b>	29	1	0	1
<b>6/8</b>	27	1	1	1
<b>12/18</b>	27	1	0	1
<b>10/12</b>	27	1	1	1
<b>15/18</b>	26	0	1	1
<b>20/25</b>	26	0	1	1
<b>21/28</b>	25	1	0	1
<b>12/16</b>	24	0	1	1
<b>10/15</b>	24	1	1	1
<b>18/27</b>	23	0	0	1
<b>20/30</b>	23	1	1	1
<b>5/6</b>	23	0	0	1
<b>6/9</b>	22	0	1	1
<b>28/35</b>	22	1	1	1
<b>20/24</b>	22	0	1	1
<b>32/40</b>	21	0	1	1
<b>30/36</b>	21	1	1	1
<b>12/15</b>	21	0	0	1
<b>16/20</b>	20	1	0	1
<b>24/32</b>	19	0	1	1
<b>36/45</b>	18	1	1	1
<b>16/24</b>	17	0	0	1
<b>15/20</b>	17	0	1	1
<b>27/36</b>	17	1	1	1
<b>18/24</b>	17	1	1	1
<b>24/30</b>	16	1	1	1
<b>25/30</b>	12	1	1	0
<b>14/21</b>	11	1	0	1
<b>35/42</b>	8	0	0	0

Analiza rezultata sudionika A i B pokazuje kako u usporedbi s prosjekom ostalih rezultata jednako uspješno rješavaju zadatke simboličke obrade, točnije, njihovi rezultati ne odstupaju

previše od rezultata ostalih ispitanika. Štoviše, sudionici A i B uspješno rješavaju i zadatke koji se prema poretku težine smatraju najtežim zadacima.

Rezultati sudionika A, B i C idu u prilog hipotezi o deficitu ANS-a (Wilson i Dehaene, 2007; prema Schwenk i sur., 2017), gdje su teškoće vidljive kod nesimboličkih vještina. Sudionici A i B isto tako postižu slabije rezultate na zadacima koji ispituju simboličke vještine, no, iako rezultati njihove simboličke obrade ne odstupaju statistički značajno od rezultata ostalih sudionika, njihova niska postignuća nisu zanemariva te bi se ovu djecu trebalo pratiti kroz početak formalnog obrazovanja. Posebno je rizičan sudionik C koji možda i ima predispozicije za razvoj diskalkulije, no njegovi rezultati simboličke procjene mogli bi zamaskirati potencijalne teškoće. Unutar školskog sustava više se ispituje poznavanje i baratanje simbolima pa je moguće da ovaj sudionik dugo postiže uredan uspjeh, a njegove teškoće postanu vidljive kada se usložnjava školsko gradivo iz matematike. U ispitanoj skupini broj ispitanika koji su u potencijalnom riziku nešto je viši od postotka prevalencije diskalkulije prema Shalev i sur. (2000).

Rezultati sudionika D, E i F na pojedinim zadacima simboličke procjene količina uspoređeni su s rezultatima ostatka grupe s obzirom na težinu zadataka. Rezultati su prikazani u Tablici 12.

Tablica 12. Rezultati simboličke obrade sudionika D, E i F u usporedbi s čitavom grupom

OMJER	SIMBOLIČKI PRIKAZ	D	E	F
8/12	33	1	1	1
9/12	32	0	1	1
8/10	31	1	1	1
40/48	29	0	1	1
6/8	27	0	1	1
12/18	27	1	1	0
10/12	27	0	1	1
15/18	26	0	0	0

<b>20/25</b>	26	1	0	1
<b>21/28</b>	25	0	0	1
<b>12/16</b>	24	0	0	0
<b>10/15</b>	24	0	1	1
<b>18/27</b>	23	1	1	0
<b>20/30</b>	23	0	0	0
<b>5/6</b>	23	1	0	1
<b>6/9</b>	22	1	0	0
<b>28/35</b>	22	1	1	0
<b>20/24</b>	22	0	0	1
<b>32/40</b>	21	1	0	0
<b>30/36</b>	21	0	0	1
<b>12/15</b>	21	0	0	1
<b>16/20</b>	20	0	1	0
<b>24/32</b>	19	0	0	0
<b>36/45</b>	18	1	1	0
<b>16/24</b>	17	1	0	1
<b>15/20</b>	17	1	0	0
<b>27/36</b>	17	1	0	1
<b>18/24</b>	17	0	0	0
<b>24/30</b>	16	0	1	0
<b>25/30</b>	12	0	0	0
<b>14/21</b>	11	0	0	0
<b>35/42</b>	8	0	0	0

Rezultati sudionika D, E i F pokazuju kako oni ne rješavaju uspješno najteže zadatke simboličke obrade.

Rezultati sudionika D ne prate slijed težine, to jest, njegovi rezultati previše su šaroliki. Ako se prouče zadaci na kojima je ispitanik griješio, ne može se pretpostaviti kako ne razumije položaj desetica i jedinica (Pixner i sur., 2009) pošto neke zadatke točno rješava, a neke ne. Za pretpostaviti je kako sudionik D ne razumije simbole i nije u mogućnosti njima baratati.



S druge strane, rezultati sudionika E pokazuju kako on najuspješnije rješava lakše zadatke, točnije, zadatke koje je većina ispitanika uspješno riješila. Nakon toga njegovi odgovori nisu više toliko točni te slijede liniju težine zadataka. Isto tako, čini se kako ovaj ispitanik samo djelomično razumije pravilo o položaju znamenke u dvoznamenkastim brojevima. Naime, rezultati pokazuju kako sudionik E uspješno uspoređuje 24/30, ali ne i 25/30. Također, uspješno rješava zadatak s količinama 36/45, no ne i 32/40. Moguće je kako se u ovim slučajevima zaista vodio položajem druge brojke, ali da kod njega postoji nesigurnost u položaj samih jedinica. Za ovog ispitanika svakako bi bilo potrebno provesti dodatno ispitivanje smještanja brojeva na brojevnju liniju kako bi se provjerilo jesu li njegovi odgovori promišljeni ili pogađanje.

Što se tiče ispitanika F, njegovi rezultati pokazuju sličan smjer kao i rezultati sudionika E – ovaj ispitanik uspješno rješava lakše zadatke, dok ne rješava točno zadatke koji su se svima pokazali težima. Njegovi rezultati pokazuju kako on poprilično uspješno uspoređuje količine kojima su desetice jednake, dok ne uspijeva točno odgovoriti na zadatke u kojima su količine iskazane različitim deseticama. Moguće je kako ovaj sudionik također ne razumije pravilo o položaju znamenke niti razumije promjenu vrijednosti prelaskom desetice.

Ovi rezultati idu u prilog hipotezi deficita u pristupu (Rousselle i Noël, 2007), prema kojoj će teškoće s baratanjem matematičkih činjenica i pojmova biti vidljive samo u simboličkoj obradi. Izdvojeni sudionici doista postižu visoke rezultate na zadacima nesimboličke obrade, ali njihovi rezultati simboličke obradu statistički značajno odstupaju od rezultata ostalih sudionika. Moguće je kako su njihove simboličke vještine još uvijek u razvoju te da je na rezultate utjecalo nepostojanje formalne poduke iz matematike ili manjak iskustva s brojevnim simbolima. Isto tako, problem predstavlja i ujednačenost vrtičkih programa – svaka vrtićka ustanova samostalno piše svoj kurikulum te o tome ovisi koliko će se djeca susretati s matematikom u ranijoj dobi. Ne postoji jasna naznaka o tome što se očekuje od petogodišnjaka vezano uz predmatematičke vještine pa djetetova znanja ovise o okolini. Roditelji su zapravo ti koji dodatno potiču ove vještine. Također, mnogi ispitanici koji su sudjelovali u ovom istraživanju i postigli više rezultate zapravo imaju barem jednog starijeg brata ili sestru. Sudionici D, E i F svakako bi se trebala pratiti kroz daljnji vrtički i školski razvoj kako bi se vidjelo usvajaju li se i razvijaju simboličke vještine uredno. Broj sudionika koji su u potencijalnom riziku nešto je viši od postotka prevalencije diskalkulije prema Shalev i sur. (2000).

## 4.2. Obrada manjih i većih količina

Tablica 5. Deskriptivna statistika rezultata nesimboličke i simboličke obrade manjih i većih količina

VARIJABLA	N	RR	M	SD	C	D	PT
OMN	33	0 – 18	15,70	0,395	16,00	17	87,2 %
OVN	33	0 – 14	12,52	0,250	13,00	10	89,4 %
OMS	33	0 – 18	12,76	0,547	12,00	10	70,9 %
OVS	33	0 – 14	8,48	0,367	8,00	9	60,6 %
UMK	33	0 – 36	28,45	3,692	28,00	28	79%
UVK	33	0 – 28	21	2,487	21,00	22	75%

OMN = rezultat obrade manjih količina predstavljenih nesimbolički, OVN = rezultat obrade većih količina predstavljenih nesimbolički, OMS = rezultat obrade manjih količina predstavljenih simbolički, OVS = rezultat obrade većih količina predstavljenih simbolički, UMK = ukupan rezultat obrade manjih količina, UVK = ukupan rezultat obrade većih količina, N = broj ispitanika, RR = raspon mogućih rezultata, M = prosječan rezultat, SD = standardna devijacija prosječnog rezultata, C = medijan ostvarenih rezultata rezultata, D = dominantna vrijednost ostvarenih rezultata (najčešće ostvaren rezultat), PT = postotak točnosti rješavanja

Analiza rezultata nesimboličke obrade pokazala je kako je prosječan rezultat koji su petogodišnjaci ostvarili na obradi manjih količina  $M = 15,70$  ( $SD = 0,395$ ). Kada se to preračuna u postotak točnosti, petogodišnjaci su u prosjeku 87,2% točno rješavali zadatke u kojima su zadane manje količine. S druge strane, prosječan rezultat koji su petogodišnjaci ostvarili na obradi većih količina iznosi  $M = 12,52$  ( $SD = 0,250$ ). Preračunat u postotak točnosti, petogodišnjaci su u prosjeku 89,4% točno rješavali zadatke s većim količinama. Prema tome, petogodišnjaci su, unatoč maloj razlici, točnije rješavali zadatke nesimboličke usporedbe količina kada su bile zadane veće količine. Moguće je kako se pri rješavanju ovih zadataka javio utjecaj efekta udaljenosti (Dehaene, 2001), pošto su udaljenosti između količina izraženije kada su iskazane veće količine za isti omjer, odnosno, omjer 5/6 lakše je razlikovati kad su prikazane količine 25 i 30, nego 5 i 6, zato što je udaljenost između ova dva broja manja i teže zamjetljiva.

Analizom rezultata simboličke obrade, vidljivo je kako petogodišnjaci uspješnije rješavaju zadatke u kojima su zadane manje količine. Prosječan rezultat na ovim zadacima jest  $M = 12,76$  ( $SD = 0,547$ ), što je jednako postotku točnosti rješavanja od 70,9%. Rezultati na zadacima obrade većih količina nešto su lošiji te prosječan rezultat iznosi  $M = 8,48$  ( $SD = 0,367$ ), a jednako je postotku točnosti rješavanja od 60,6%. Dakle, petogodišnjaci točnije rješavaju zadatke simboličke obrade kad su iskazane manje količine. Pretpostavka je kako, zbog nepostojanja formalne poduke u ovoj dobi, djeca još uvijek ne razumiju dvoznamenkaste simbole te ne poznaju načela položaja određenih simbola unutar brojke (desetice i jedinice). Također, u svojoj okolini djeca se češće susreću s manjim količinama u ovoj dobi, što u brojanju, što u igrama, te je moguće kako iskustvo utječe na ove rezultate.

Zbrajanjem rezultata nesimboličke i simboličke obrade manjih količina dobiven je prosječan rezultat  $M = 28,45$  ( $SD = 3,692$ ) te je postotak točnosti rješavanja ovih zadataka 79%. S druge strane, zbrajanjem rezultata nesimboličke i simboličke obrade većih količina dobiven je prosječan rezultat  $M = 21$  ( $SD = 2,487$ ), a postotak točnosti rješavanja ovih zadataka iznosi 75%. Razlika u postotku točnosti nije velika, ali viša je kod obrade manjih količina pa tako djeca uspješnije rješavaju zadatke nesimboličke i simboličke obrade kad su u njima iskazane manje količine.

Dehaene (2001) navodi kako su količine organizirane u ANS-u na mentalnoj brojevnoj liniji, ali što su te količine veće, to su i granice između njih nejasnije. Djeca će više grešaka činiti pri uspoređivanju dvije količine iskazane nesimbolički što su te količine veće (Libertus i sur., 2011). Što se tiče simboličke obrade, moguće je kako je uzrok slabijim rezultatima obrade većih količina već spomenuto nerazumijevanje položaja desetica i jedinica. Pixner i sur. (2009) pokazali su kako se pri obradi dvoznamenkastih brojeva djeca obrađuju svaku znamenku zasebno, stoga je moguće kako pri obradi većih količina dolazi do veće pomutnje pri iščitavanju simbola, tj. brojki. Isto tako, petogodišnja djeca u svojoj okolini su češće u interakciji s manjim količinama putem brojalica ili prebrojavanja nekih manjih skupova (primjerice, prebrojavanje osvojenih karata u igri *memory*). Moguće je kako radi ovakvih stvari djeca imaju više iskustva s manjim količinama nego većim što doprinosi boljem razumijevanju manjih količina.

### 4.3. Povezanost rezultata nesimboličke i simboličke obrade

Povezanost rezultata nesimboličke i simboličke obrade ispitana je neparametrijskom mjerom za korelaciju, Spearmanovim koeficijentom korelacije „ro“ ( $\rho$ ).

Tablica 11. Rezultati analize Spearman koeficijenta korelacije ro ( $\rho$ )

VARIJABLE	ro ( $\rho$ )	P
UNP i USP	-0,144	0,424

UNP = ukupan rezultat nesimboličke obrade, USP = ukupan rezultat simboličke obrade

U Tablici 11. vidljivi su rezultati analize Spearman koeficijenta korelacije. Vrijednost korelacije jest  $\rho$  (ro) = -0,144 ( $p = 0,424$ ;  $p > 0,05$ ) što bi značilo da statistički značajne povezanosti između nesimboličke i simboličke obrade nema. Unatoč negativnom predznaku, s obzirom na vrlo nisku vrijednost korelacije, ne možemo govoriti o povezanosti ove dvije varijable. Jedno od mogućih objašnjenja za ovaj rezultat jest nedovoljan broj ispitanika, tj. malen uzorak i broj rezultata nedovoljan za donošenje općih zaključaka. Dakle, ne postoji statistički značajna povezanost između uspjeha na zadacima nesimboličke procjene te uspjeha na zadacima simboličke procjene.

#### 4.4. Ograničenja istraživanja

Ovo istraživanje obuhvatilo je malen broj djece te, iako su rezultati u skladu s postojećim istraživanjima, ne može se generalizirati bez dodatnih ispitivanja ili proširenja trenutnog istraživanja. Isto tako, istraživanje je usmjereno na jedan uzorak djece, petogodišnjake, te bi u budućim istraživanjima bili dobro obuhvatiti nekoliko dodatnih skupina, primjerice trogodišnjake i četverogodišnjake. Sva djeca koja su sudjelovala u istraživanju pohađaju isti vrtić te se njihov odgoj i obrazovanje odvija u sličnim uvjetima.

Nisu prikupljeni dodatni podaci koji bi također možda pobliže opisali nesimboličke i simboličke vještine kod petogodišnjaka, kao što su podaci o socioekonomskom statusu, obrazovanju roditelja ili o braći i sestrama. Ovi okolinski čimbenici mogli bi se pokazati značajnima za usvajanje i razvoj matematičkih vještina djece.

Za buduća istraživanja bilo bi poželjno proširiti materijale na način da se ispituju dodatne nesimboličke i simboličke matematičke vještine, primjerice, smještanje veličina na brojevnu liniju, imenovanje brojeva ili brojanje naglas. Time bi opis sposobnosti djece bio potpuniji i mogli bi se donijeti čvršći zaključci. Dodatni zadaci mogli bi pružiti više informacija o sposobnostima djece za koju postoji sumnja na diskalkuliju.

## 5. Zaključak

Od vrlo rane dobi posjedujemo vještine koje kasnije koristimo u usvajanju matematičkih znanja te rješavanju matematičkih zadataka i problema. Jedne od takvih vještina jesu nesimboličke matematičke vještine, točnije, sposobnost baratanja i razumijevanja brojevniha veličina bez potrebe da se te veličine imenuju ili iskažu brojkom. Nesimboličke vještine razvijaju se kontinuirano, a prema brojnim mišljenjima, simboličke vještine nadograđuju se i oslanjaju na njih. Simboličke matematičke vještine, s druge strane, sposobnost su baratanja i preciznog određivanja brojevniha veličina. Procjenjuje se da se ove vještine javljaju oko pete godine života te da se kroz početak formalnog obrazovanja nesimboličke i simboličke vještine integriraju u jedan sustav pomoću kojeg rješavamo probleme i usvajamo znanja iz područja matematike.

Ovim istraživanjem ispitana je i opisana uspješnost rješavanja zadataka nesimboličke te simboličke procjene količina predstavljenih u omjerima 2:3, 3:4, 4:5 te 5:6 u rasponu od 5 do 50. Rezultati su pokazali kako petogodišnjaci uspješno rješavaju obje vrste zadataka, ali da su u ovoj dobi ipak uspješniji u nesimboličkoj procjeni, što je i u skladu s rezultatima Li i sur. (2018). Nadalje, interpretacija rezultata pokazala je kako su petogodišnjaci uspješniji u procjeni manjih nego procjeni većih količina. Između uspjeha na zadacima nesimboličke i simboličke procjene količine nije pronađena povezanost.

Među sudionicima istraživanja izdvojeno je ukupno šestero ispitanika za koje postoji mogućnost, prema njihovom ostvarenom rezultatu, da su rizični za kasnije teškoće u matematici, to jest, diskalkuliju. Ovu djecu trebalo bi pratiti kroz daljnji vrtićki, ali i školski razvoj.

Stručnjaci navode kako su nesimboličke i simboličke matematičke vještine povezane, stoga bi u intervenciji zasigurno bilo više učinkovito te poželjno obuhvatiti obje vještine. One se međusobno isprepliću pa sama direktna poduka ili igre mogu biti kombinacija obje vještine.

Za djecu s diskalkulijom vrlo je vjerojatno kako će usvajati matematička znanja duže nego njihovi uredni vršnjaci, no važno je dopustiti im da se to odvija svojim tempom uz, naravno, dodatnu potporu. Nužno je omogućiti im što više konkretna, fizički opipljivih materijala u aktivnostima, primjerice, štapiće, kuglice i kockice ili karte s naznačenim brojevima. Isto tako, treba ih poticati da usvajaju brojalice ili obavljaju zadatke koji uključuju interakciju s

brojevnim veličinama, na primjer, pospremanje igračaka i istovremeno prebrojavanje skupova. Kroz školsku dob važno je pratiti kako dijete usvaja nove matematičke činjenice. Uz to, nužno je omogućiti im potporu sličnu kao u vrtićkom sustavu, ali prilagođenu zahtjevima školskog sustava.

Iako će ova djeca imati potporu još od vrtićke dobi ili će proći kroz poseban program intervencije, njihove teškoće neće nestati. Stoga je potrebno kod ove populacije razvijati kompenzacijske tehnike te samostalan način razmišljanja. Matematika je kompleksna te se do istog rezultata može doći na više načina. Važno je da se u školskoj dobi ovoj djeci omogući da probleme i zadatke rješavaju na onaj način koji im je najlakše razumjeti, dok god je taj način učinkovit i točan. Isto tako, važno je poticati sigurnost i samostalnost i u svakodnevnom životu. Matematika je prisutna u svakom aspektu našeg života, od računanja vremena do plaćanja računa, stoga se djeci i osobama s diskalkulijom mora omogućiti što bolja prilika za uredno funkcioniranje u svakodnevnim aktivnostima.

## 6. Literatura

1. American Psychiatric Association (2013). Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, Fifth Edition. Washington, DC: American Psychiatric Publishing.
2. De Smedt, B., Gilmore, C. K. (2011). Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, 108, 278-292.
3. De Smedt, B., Noel, M.-P., Gilmore, C., Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 48-55.
4. Dehaene, S., Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83-120. Preuzeto 19. srpnja 2022. s: [https://www.unicog.org/publications/DehaeneCohen\\_TripleCodeModelNumberProcessing\\_MathCognition1995.pdf](https://www.unicog.org/publications/DehaeneCohen_TripleCodeModelNumberProcessing_MathCognition1995.pdf)
5. Dehaene, S. (2001). Précis of The Number Sense. *Mind and Language*, 16(1), 16-36.
6. Dehaene, S. (2011). *The Number Sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.
7. Fazio, L. K., Bailey, D. H., Thompson, C. A., Siegler, R. S. (2014). Relations of different types of numerical magnitude representations to each other and to mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 123, 53-72.
8. Feigenson, L., Dehaene, S., Spelke, E. (2004). Core systems of number. *TRENDS in Cognitive Sciences*, 8(7), 307-314.
9. Finke, S., Freudenthaler, H. H., Landerl, K. (2020). Symbolic Processing Mediates the Relation Between Non-symbolic Processing and Later Arithmetic Performance. *Frontiers in Psychology*, 11. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.00549>
10. Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., Spelke, E. S. (2007). Symbolic arithmetic knowledge without instruction. *Nature*, 447, 589-591.
11. Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, 115, 394-406.

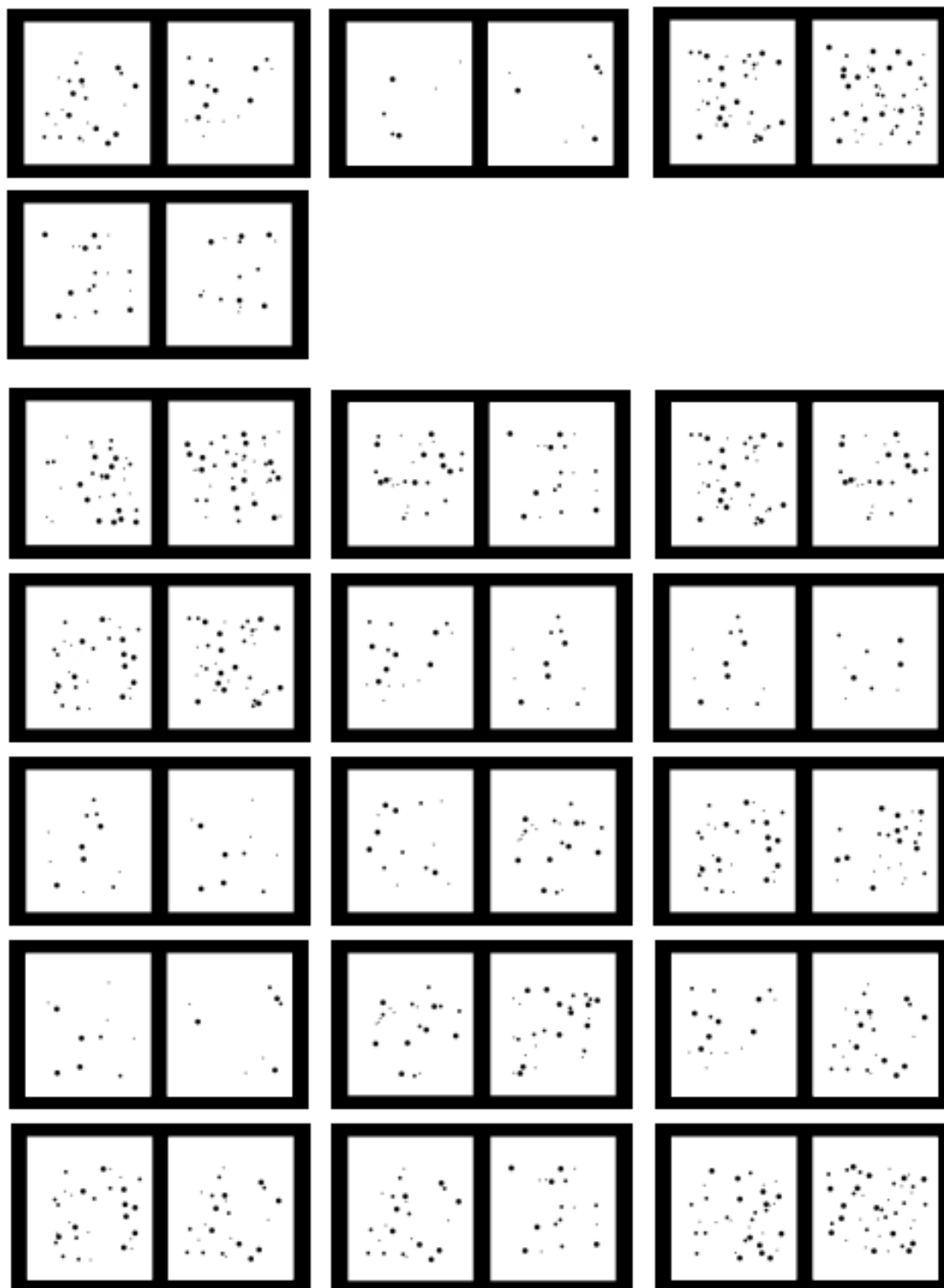


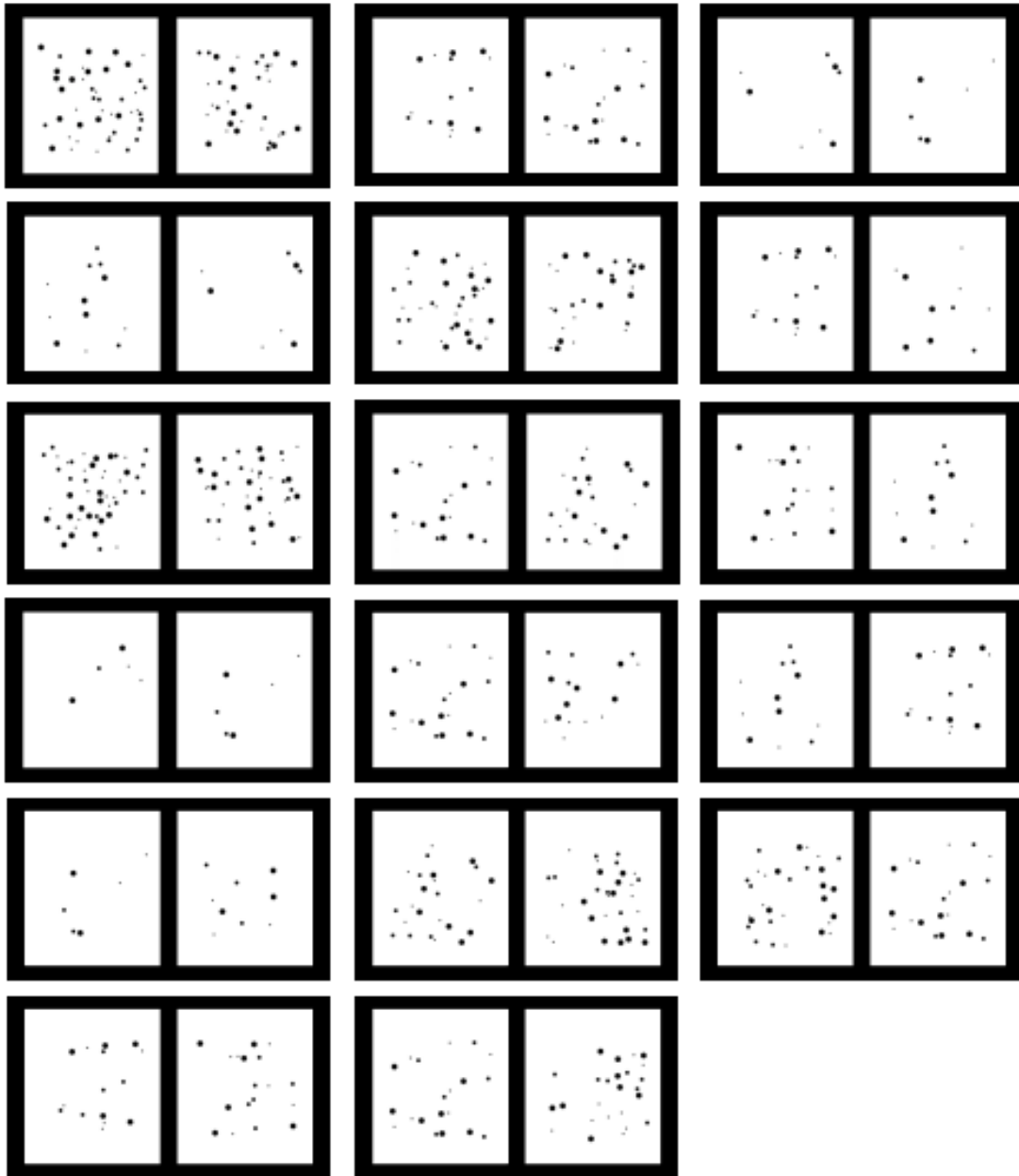
12. Halberda, J., Feigenson, L. (2008). Developmental Change in the Acuity of the “Number Sense”: The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-Year-Olds and Adults. *Developmental Psychology*, 44(5), 1457-1465.
13. Halberda, J., Mazocco, M. M. M., Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, 455, 665 – 668.
14. Kolkman, M. E., Kroesbergen, E. H., Leseman, P. P. M. (2013). Early numerical development and the role of non-symbolic and symbolic skills. *Learning and Instruction*, 25, 95-103.
15. Li, Y., Zhang, M., Chen, Y., Deng, Z., Zhu, X., Yan, S. (2018). Children's Non-symbolic and Symbolic Numerical Representations and Their Associations With Mathematical Ability. *Frontiers in Psychology*, 9. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01035>
16. Libertus, M. E., Feigenson, L., Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science*, 14(6), 1292-1300.
17. Lipton, J. S., Spelke, E. S. (2003). Origins of Number Sense: Large-Number Discrimination in Human Infants. *Psychological Science*, 14(5), 396-401.
18. Mazocco, M. M. M., Feigenson, L., Halberda, J. (2011). Impaired Acuity of the Approximate Number System Underlies Mathematical Learning Disability (Dyscalculia). *Child Development*, 82(4), 1224-1237.
19. Ministarstvo znanosti i obrazovanja (2019). Kurikulum nastavnog predmeta Matematika za osnovne škole i gimnazije. Zagreb: Vlada RH, Ministarstvo znanosti i obrazovanja. Posjećeno 29. kolovoza 2022. na: [https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019\\_01\\_7\\_146.html](https://narodne-novine.nn.hr/clanci/sluzbeni/2019_01_7_146.html)
20. Mundy, E., Gilmore, C. K. (2009). Children's mapping between symbolic and nonsymbolic representations of number. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 490-502.
21. Mussolin, C., Mejias, S., Noël, M.-P. (2010). Symbolic and nonsymbolic number comparison in children with and without dyscalculia. *Cognition*, 115, 10-25.
22. Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., Dehaene, S., Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116, 33-41.
23. Pica, P., Lemer, C., Izard, V., Dehaene, S. (2004). Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group. *Science*, 306, 499-503.

24. Pixner, S., Moeller, K., Zuber, J., Nuerk, H.-C. (2009). Decomposed but Parallel Processing of Two-Digit Numbers in 1st Graders. *The Open Psychology Journal*, 2, 40-48.
25. Rouselle, L., Noël, M.-P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102, 361-395.
26. Schwenk, C., Sasanguie, D., Kuhn, J.-T., Kempe, S., Doeblner, P., Holling, H. (2017). (Non-)symbolic magnitude processing in children with mathematical difficulties: a meta-analysis. *Research in Developmental Disabilities*, 64, 152-167.
27. Shalev, R. S., Auerbach, J., Manor, O., Gross-Tsur, V. (2000). Developmental dyscalculia: prevalence and prognosis. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9(2), 58 – 64.
28. Toll, S. W. M., Van Viersen, S., Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E. H. (2015). The development of (non-)symbolic comparison skills throughout kindergarten and their relations with basic mathematical skills. *Learning and Individual Differences*, 38, 10-17.
29. vanMarle, K., Chu, F. W., Li, Y., Geary, D. C. (2014). Acuity of the approximate number system and preschoolers' quantitative development. *Developmental Science*, 17(4), 492-505.
30. Wood, J. N., Spelke, E. S. (2005). Infants' enumeration of actions: numerical discrimination and its signature limits. *Developmental Science*, 8(2), 173-181.
31. Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature* (358), 749-750.
32. Xenidou-Dervou, I., De Smedt, B., van der Schoot, M., van Lieshout, E. C. D. M. (2013). Individual differences in kindergarten math achievement: The integrative roles of approximation skills and working memory. *Learning and Individual Differences*, 28, 119-129.
33. Xenidou-Dervou, I., Gilmore, C., van der Shoot, M., van Lieshout, E. C. D. M. (2015). The developmental onset of symbolic approximation: beyond nonymbolic representations, the language of numbers matters. *Frontiers in Psychology*, 6. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00487>
34. Xu, F. (2003). Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representations. *Cognition*, 83, B15-B25.
35. Xu, F., Spelke, E. S., Goddard, S. (2005). Number sense in human infants. *Developmental Science*, 8(1), 88-101.

## 7. Prilozi

### Prilog 1. Nesimbolički predložci





Prilog 2. Simbolički predlošci

24	16	6	8	36	45
18	15				
32	40	27	18	36	27
30	36	16	12	12	9
12	10	14	21	30	25
10	8	21	28	16	24
30	24	24	18	35	42

45	36	15	20	8	6
12	8	35	28	15	10
48	40	20	24	18	12
5	6	20	16	12	15
6	9	24	32	30	20
15	18	20	25		